

Анализ кинематики галактических цефеид и моделирование звёздного диска Галактики

И. Я. Алексеев^{*1}, А. В. Веселова²

¹Школа Центра педагогического мастерства, г. Москва

²Санкт-Петербургский государственный университет



Астрономическое
образование

2026, № 2

Аннотация

Статья описывает учебно-исследовательскую работу школьника по анализу кинематики диска Млечного Пути на основе каталога классических цефеид. Получена оценка смещения Солнца относительно средней поверхности диска: $z_{00} = -37.4 \pm 0.7$ пк. Выполнено численное моделирование движения цефеид в осесимметричном потенциале Галактики, включающем потенциалы сферы Платмера (балдж), диска Миямото – Нагаи (звёздно-газовый диск) и гало Наварро – Френка – Уайта (тёмное гало). Показано, что на масштабе ~ 100 млн лет значимой эволюции искривления диска не обнаружено. Обсуждаются также междисциплинарность и профориентационная ценность проекта.

Учебно-исследовательская деятельность

Ключевые слова:

учебное исследование, галактическая астрономия, цефеиды, искривление диска Галактики, численное моделирование, исследовательская деятельность

Исследовательский проект выполнен И. Я. Алексеевым под научным руководством А. В. Веселовой в 2025/2026 учебном году.

**i.paksyai@gmail.com*

1. Введение

1.1. Проблематика задачи

Представление галактического диска как единого целого является непростой задачей. Как и другие дисковые галактики, наша Галактика обладает составным диском (обычно выделяют тонкий и толстый звёздные диски), а также протяжённым гало, значительная часть массы которого представлена тёмной материей. Изучение строения нашей Галактики помогает понять процессы зарождения и эволюции других галактик, в том числе их слияния.

Во многих современных работах анализируется пространственное распределение цефеид (см., например, [1]). Эти молодые звёзды позволяют проследить крупномасштабное искривление диска Галактики. Цефеиды служат индикаторами различных особенностей диска: по ним определяют положение спиральных рукавов, степень их закрученности, положение средней поверхности галактического диска и эволюцию линии узлов со временем (например, [2]).

В данной работе исследуются искривление диска в окрестностях Солнца и его эволюция на масштабе 70 млн лет. Проводится численное интегрирование в модели с изменяющейся во времени формой средней поверхности диска Галактики и анализируются результаты вычислений.

1.2. Педагогический контекст работы

Статья представляет результат учебно-исследовательской деятельности школьника под руководством научного консультанта. Выбор темы «Кинематика галактических цефеид» обусловлен не только её значением для звёздной астрономии, но и дидактической целью: познакомить учащегося с полным циклом научного исследования — от постановки задачи до интерпретации данных с учётом погрешностей.

Поступило в редакцию	06.06.2026
После доработки	14.06.2026
В печать	25.06.2026
Опубликовано	12.08.2026

ISSN 3033-7917
journal.astroedu.ru

На первом этапе работы учащийся познакомился с обширной, преимущественно англоязычной литературой, изучил основы теории потенциалов, методы обработки данных, включая метод наибольшего правдоподобия, и алгоритмы численного интегрирования орбит в фиксированном галактическом потенциале. Модель, наблюдательные данные и общий план работы выбрал научный руководитель; методы оптимизации и численного интегрирования реализовал учащийся. Особую сложность представляли учёт погрешностей и очистка выборок от выбросов: такие вопросы не всегда разрешимы однозначно даже при строгом подходе к исследованию. Таким образом, учащийся познакомился со спектром проблем, с которыми сталкивается исследователь, и освоил элементы исследовательской задачи, по сложности приближающейся к задачам младших курсов университета.

2. Данные о цефеидах

В работе использован каталог классических цефеид [1], содержащий координаты и кинематические данные объектов. Поправки на межзвёздное поглощение уже внесены. Погрешности модулей расстояния не учитывались в моделировании, поскольку обусловленные ими изменения малы: $\Delta z_{00} \lesssim 1$ пк.

На рис. 1 показано распределение цефеид на земном небе; некоторое искривление заметно в окрестности долгот $\sim 180^\circ$.

3. Выбор моделей системы

3.1. Модель средней поверхности диска

Среднюю поверхность диска представим полиномиальной моделью в декартовых гелиоцентрических координатах [3]. Координаты X и Y отсчитываются от Солнца: ось X направлена в сторону, противоположную направлению на центр Галактики, Y направлена по движению Солнца в Галактике. Модель поверхности диска имеет вид

$$\zeta_n(X, Y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i z_{i-j,j} X^{i-j} Y^j. \quad (1)$$

Параметры модели оптимизируются методом наибольшего правдоподобия: максимизируется произведение плотностей вероятности отклонений объектов по нормали к модели в предположении нормальности отклонений. Величина среднеквадратичного отклонения σ

определяется из выражения

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i^N \rho_i^2}{N}. \quad (2)$$

Соответственно, в нашей модели при каждом пробном наборе параметров минимизировалась сумма квадратов расстояний до поверхности:

$$\sum_i \rho_i^2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

Расстояния определялись численно с точностью не хуже 2 пк, что сопоставимо с общей точностью данных об объектах. Предварительно из каталога были исключены объекты-выбросы с $|Z| > 2$ кпк. Для дальнейшего моделирования также были исключены объекты с погрешностями определения скоростей более 15 км/с.

Неопределённости значений коэффициентов $z_{ij} = z_n$ модели (1) оценивались на основе диагональных элементов матрицы ковариации $D(z_n, z_m)$, образованной функцией минимизации квадратов согласно [4]:

$$D(z_n, z_m) = \sigma_p^2 C_{nm}^{-1}, \quad (4)$$

$$M = \sum_i^N \rho_i^2, \quad \sigma_p^2 = \frac{M}{N},$$

$$C_{nm} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 M}{\partial z_n \partial z_m}.$$

3.2. Модель потенциала Галактики

При моделировании динамики цефеид силы раскладывались на компоненты в декартовой галактоцентрической системе координат (x, y, z) , где $y = Y$, $z = Z$. Значение R_0 для начальных положений цефеид выбрано равным 8.28 кпк, что находится в пределах современных оценок. Модель включала балдж (сферу Пламмера), диск Миямото – Нагаи и гало Наварро – Френка – Уайта. Подробнее о модельных гравитационных потенциалах в галактической динамике см., например, [5].

Для координат цефеид вводилась поправка на искривление диска: $z' = z - \zeta_n(x, y)$ при $n = 4$. Такая модель позволяет приближённо интегрировать движение в потенциале слабо искривлённого звёздного диска, векторы нормалей к которому слабо отклонены от вектора $\hat{z}$. Ниже приведены выражения для компонентов ускорения от каждой составляющей потенциала.

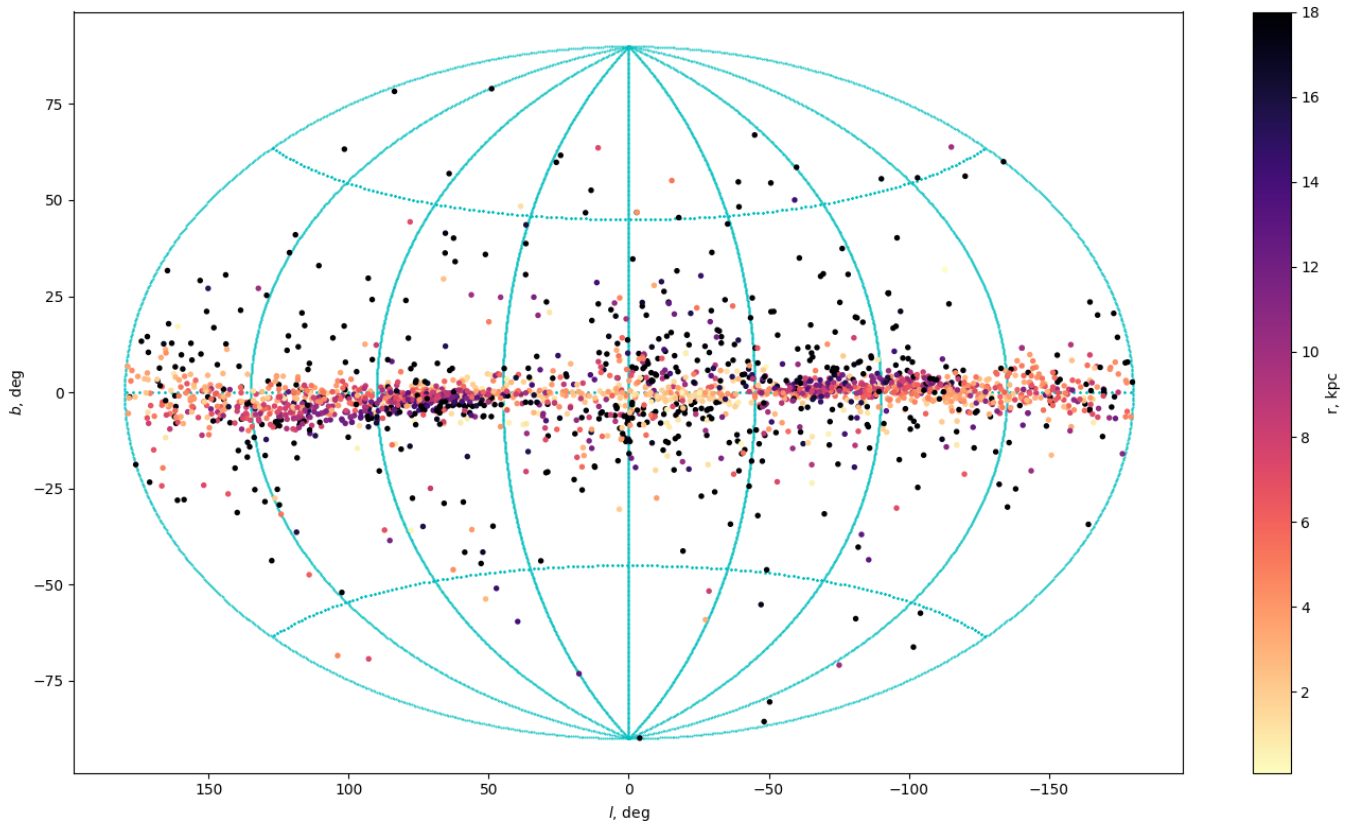


Рис. 1. Распределение цефеид на небе в галактических координатах (l, b)

Компоненты ускорения от балджа:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_b &= -\frac{GM_b x}{(x^2 + y^2 + z^2 + c^2)^{3/2}}, \\ \ddot{y}_b &= -\frac{GM_b y}{(x^2 + y^2 + z^2 + c^2)^{3/2}}, \\ \ddot{z}_b &= -\frac{GM_b z}{(x^2 + y^2 + z^2 + c^2)^{3/2}}.\end{aligned}\quad (5)$$

Компоненты ускорения от диска:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_d &= -\frac{GM_d x}{\eta^3}, \quad \ddot{y}_d = -\frac{GM_d y}{\eta^3}, \\ \ddot{z}_d &= -\frac{GM_d z (a + \xi)}{\xi \eta^3},\end{aligned}\quad (6)$$

$$\xi = \sqrt{z^2 + b^2}, \quad \eta = \sqrt{x^2 + y^2 + (a + \xi)^2}. \quad (7)$$

Компоненты ускорения от гало:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_h &= GM_h F(r) \frac{x}{r}, \quad \ddot{y}_h = GM_h F(r) \frac{y}{r}, \\ \ddot{z}_h &= GM_h F(r) \frac{z}{r},\end{aligned}\quad (8)$$

$$F(r) = -\frac{\ln(1 + r/d) - \frac{r/d}{1+r/d}}{r^2}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (9)$$

Полные ускорения в модели:

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{x}} &= \ddot{\mathbf{x}}_b + \ddot{\mathbf{x}}_d + \ddot{\mathbf{x}}_h, \\ \ddot{\mathbf{y}} &= \ddot{\mathbf{y}}_b + \ddot{\mathbf{y}}_d + \ddot{\mathbf{y}}_h, \\ \ddot{\mathbf{z}} &= \ddot{\mathbf{z}}_b + \ddot{\mathbf{z}}_d + \ddot{\mathbf{z}}_h.\end{aligned}\quad (10)$$

Используемые параметры компонентов Млечного Пути в рамках описанной модели потенциала приведены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры упрощённой модели Млечного Пути [6]

Компонент	Масса	Масштабы
Балдж	$M_b = 1.03 \cdot 10^{10} M_\odot$	$c = 0.2672$ кпк
Диск	$M_d = 6.51 \cdot 10^{10} M_\odot$	$a = 4.4000$ кпк, $b = 0.3084$ кпк
Гало	$M_h = 2.90 \cdot 10^{11} M_\odot$	$d = 7.7000$ кпк

3.3. Приведение компонентов скорости

В каталоге представлены лучевая скорость и компоненты собственного движения цефеид относительно Солнца. Перевод в декартову галактоцентрическую систему выполнялся по формулам [7]:

$$V_{x,\odot} = V_r \cos l \cos b - kd \mu_l \cos b \sin l - kd \mu_b \cos l \sin b, \quad (11)$$

$$V_{y,\odot} = V_r \sin l \cos b + kd \mu_l \cos b \cos l - kd \mu_b \sin l \sin b, \quad (12)$$

$$V_{z,\odot} = V_r \sin b + kd \mu_b \cos b, \quad (13)$$

$$\text{где } k = 4.7406 \frac{\text{км/с}}{\text{мсд/год} \cdot \text{кпк}}.$$

С учётом пекулярной скорости Солнца

$$V_x = -V_{x,\odot} - U_{\odot}, \quad (14)$$

$$V_y = V_{y,\odot} + V_{\odot}, \quad (15)$$

$$V_z = V_{z,\odot} + W_{\odot}. \quad (16)$$

Компоненты пекулярной скорости Солнца приняты равными $U_{\odot} = -10.3$ км/с, $V_{\odot} = 15.3$ км/с, $W_{\odot} = 7.3$ км/с [7]. Приведённые скорости наряду с текущими положениями объектов использовались как начальные данные при моделировании.

4. Моделирование динамики объектов

Для проверки устойчивости диска и исследования поведения искривления во времени проводилось численное моделирование движения цефеид в Галактике. Поскольку полиномиальная модель диска представляет собой отрезок ряда, начало координат должно находиться вблизи распределения объектов. Поэтому моделирование проводилось итеративно: время интегрирования разбивалось на участки по $\Delta T = 3.5$ млн лет. На каждом участке с шагом $\Delta t = 1.4 \cdot 10^{10}$ с вычислялись новые положения и скорости, расстояние Солнца R_s до центра Галактики и угловая скорость $\Omega_s = V_y/R_s$. В течение итерации точка диска $(0,0)$ в системе отсчёта Солнца движется в системе отсчёта галактического диска вокруг центра Галактики с угловой скоростью Солнца Ω_s на расстоянии R_s ; значения этих величин задавались в начале итерации. В конце участка выполнялись поворот и сдвиг координат, чтобы снова поместить Солнце в точку $(0,0)$ с сохранением $Z_{\odot}$. Для нового расстояния R'_s вновь определялись параметры полиномиальной модели четвёртого порядка, как и для исходного каталога. Этот алгоритм позволяет

сохранить искривление диска во времени с учётом его общего вращения; малый шаг обеспечивает точность переопределения модели.

Траектории интегрировались методом Рунге – Кутты четвёртого порядка. Этот метод не обеспечивает точного сохранения полной удельной энергии движущегося объекта, хотя при небольшом шаге относительное изменение энергии можно удерживать на уровне 10^{-12} . Цель работы состоит не в определении положений объектов с предельно высокой точностью, как, например, при исследовании хаотичности или регулярности траекторий, а в оценке общей картины смещений, поэтому такой метод допустим. Кроме того, точность приведённых в каталоге кинематических данных ограничена: встречается множество отклонений, хотя для большинства звёзд значения правдоподобны.

Орбиты исследовались не для всех цефеид каталога, а только для объектов, находившихся на момент начала расчёта не далее 6 кпк от Солнца. Из-за ограничений вычислительных ресурсов рассматривалась половина звёзд исходного каталога в этой области. Ограничение расстояния также уменьшало влияние разлетевшихся звёзд на оценку формы диска. Далёкие объекты представлены в каталоге неполно, а ошибки их расстояний могут быть велики. Кроме того, объекты вблизи центра Галактики нельзя корректно рассматривать без учёта влияния бара на орбиты. Модели потенциала бара описаны, например, в [8], однако их использование потребовало бы существенной переработки алгоритма и оставлено для будущей работы.

Такое моделирование лишь приближённо описывает реальную систему: распределение цефеид определяет искривление поверхности, тогда как используемый потенциал обладает осевой симметрией. Тем не менее, вычислительный эксперимент позволяет оценить порядки величины смещения линии узлов диска.

5. Результаты

На рис. 2 представлена модель ζ_4 : она достаточно подробно описывает основные особенности диска и не является избыточной. Заметны повышение уровня поверхности в верхней части графика и понижение в нижней. Сходная форма поверхности отмечена другими авторами по разным объектам, трассирующим диск (см., например, [9; 10]). Тем не менее, надёжными можно считать результаты лишь на расстояниях не более 6–8 кпк от Солнца: наблюдаемая выборка неполна, а ошибки расстояний увеличиваются с расстоянием.

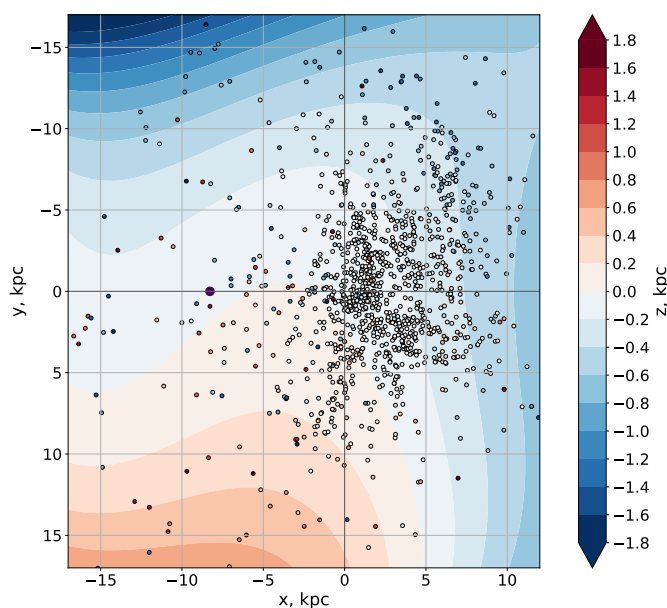


Рис. 2. Распределение цефеид и модель четвёртого порядка. Солнце находится в начале координат, тёмным кружком отмечен центр Галактики. Ось X направлена в сторону, противоположную направлению на центр Галактики

Значения коэффициентов z_{ij} приведены в таблице 2. Размерность каждого коэффициента равна кпк^{-i-j} . Оценка характерной полутолщины диска σ_p приведена в кпк. Данные основаны на всём каталоге после исключения объектов с $|Z| > 2$ кпк и ошибкой модуля скорости более 15 км/с. Несколько коэффициентов четвёртого порядка отличаются от нуля более чем на 3σ ; следовательно, модель четвёртого порядка не является избыточной.

В ходе динамического моделирования было, в частности, определено изменение параметра z_{00} со временем (рис. 4); полосы погрешностей показывают среднеквадратичные отклонения. Значимого изменения величины z_{00} на масштабе четверти периода вращения Солнца вокруг центра Галактики не обнаружено.

Для нескольких итераций приведены распределения объектов в проекции на галактическую плоскость (рис. 3); цветом показаны Z -координаты. Наблюдается значительный разлёт звёзд по диску вдоль направления вращения, который может быть обусловлен, в частности, ошибками лучевых скоростей и собственных движений. Тем не менее, значительных искажений структуры в области, очерчиваемой цефеидами, не наблюдается.

Существенных отклонений от приблизительно плоской структуры в области надёжных расстояний не наблюдается. При этом локальные экстремумы могут появляться и исчезать.

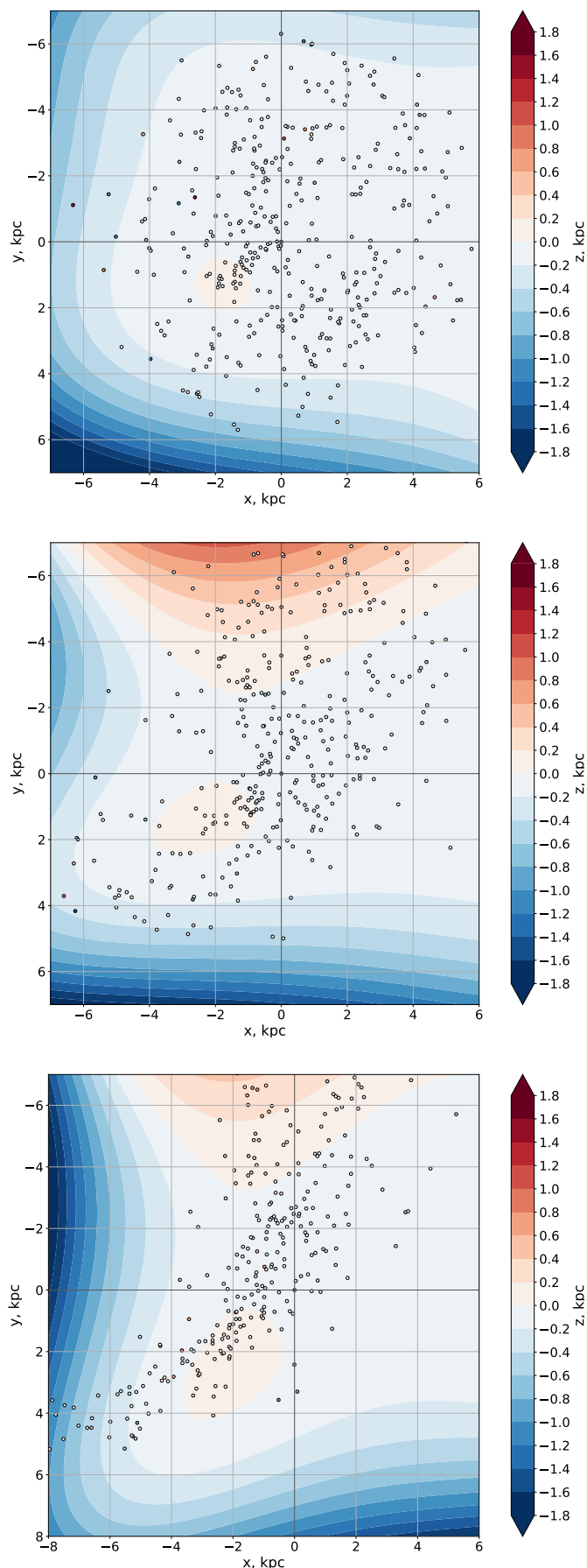


Рис. 3. Распределение объектов в ограниченной по расстоянию выборке после 2, 10 и 20 итераций (сверху вниз) продолжительностью $\Delta T = 3.5$ млн лет каждая

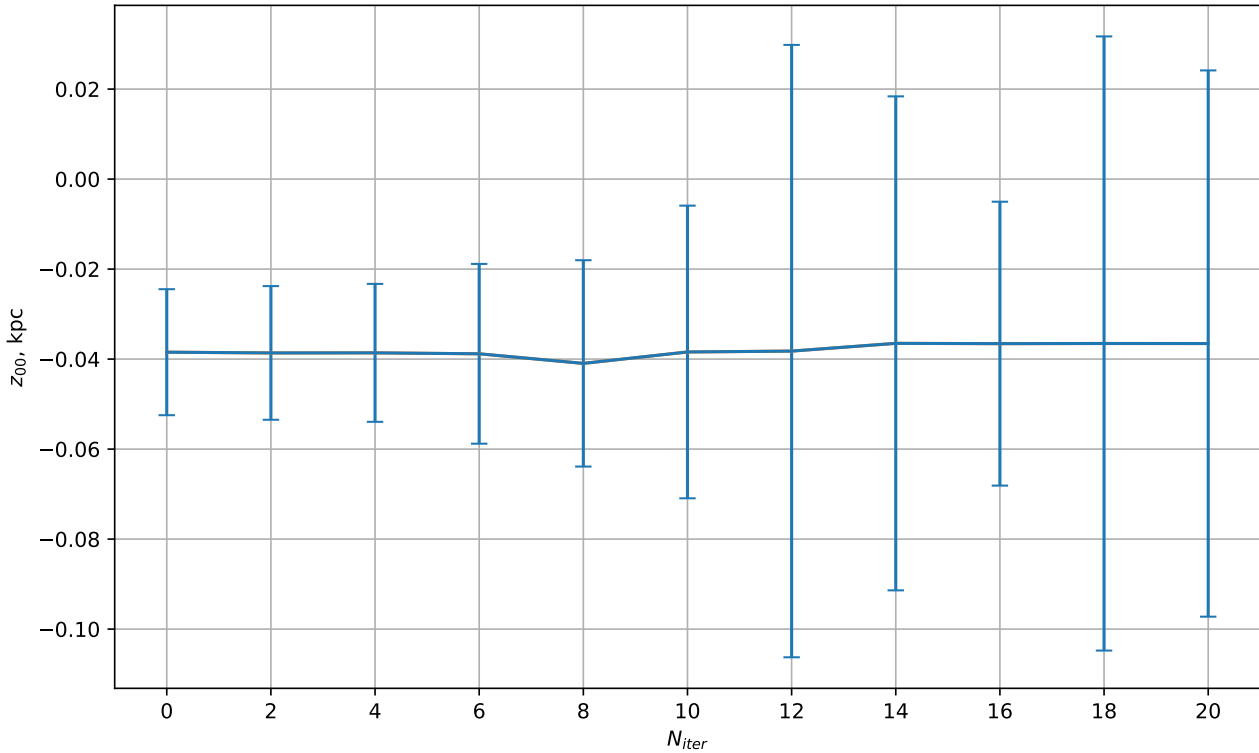


Рис. 4. Зависимость z_{00} от номера итерации, соответствующая эволюции во времени. Каждая итерация охватывает интервал $\Delta T = 3.5$ млн лет. Отличие от текущего значения статистически незначимо

Таблица 2. Оптимальные параметры модели четвёртого порядка. Размерность коэффициента z_{ij} равна кпк^{-i-j} ; оценка характерной толщины диска σ_p приведена в кпк

Параметр	Оценка	Параметр	Оценка
σ_p	0.231	z_{21}	$-4.25 \cdot 10^{-5} \pm 1.29 \cdot 10^{-5}$
z_{00}	$-3.738 \cdot 10^{-2} \pm 6.70 \cdot 10^{-4}$	z_{12}	$6.53 \cdot 10^{-5} \pm 1.26 \cdot 10^{-5}$
z_{10}	$-2.669 \cdot 10^{-2} \pm 2.67 \cdot 10^{-4}$	z_{03}	$8.86 \cdot 10^{-5} \pm 6.10 \cdot 10^{-6}$
z_{01}	$1.650 \cdot 10^{-2} \pm 8.87 \cdot 10^{-4}$	z_{40}	$7.46 \cdot 10^{-6} \pm 2.70 \cdot 10^{-7}$
z_{20}	$-3.642 \cdot 10^{-3} \pm 8.88 \cdot 10^{-5}$	z_{31}	$1.59 \cdot 10^{-6} \pm 8.66 \cdot 10^{-7}$
z_{11}	$-1.296 \cdot 10^{-3} \pm 1.22 \cdot 10^{-4}$	z_{22}	$-3.56 \cdot 10^{-8} \pm 1.07 \cdot 10^{-6}$
z_{02}	$1.797 \cdot 10^{-4} \pm 9.36 \cdot 10^{-5}$	z_{13}	$-8.15 \cdot 10^{-6} \pm 8.68 \cdot 10^{-7}$
z_{30}	$1.94 \cdot 10^{-5} \pm 5.05 \cdot 10^{-6}$	z_{04}	$-3.65 \cdot 10^{-6} \pm 3.78 \cdot 10^{-7}$

6. Обсуждение

Выполненное моделирование направлено на исследование искривления диска Млечного Пути, его параметров и возможной эволюции. Полноценное исследование связано с рядом трудностей: необходимо учитывать неполноту выборки и сопоставлять оценки

скоростей и расстояний из разных работ. Изучение смещения линии узлов со временем потребует модели «живого» потенциала, учитывающей также влияние галактик-спутников и несферичность гало. Исследование эволюции формы диска требует обоснования выбора модели и сравнения результатов для разных вариантов потенциала.

Выбранная упрощённая модель применима лишь в окрестностях Солнца, поскольку погрешность определения формы диска на больших расстояниях быстро увеличивается для полиномов высоких степеней, а при моделировании эволюции нарастает со временем. Звёзды, угловые скорости которых в плоскости (X, Y) отличаются от солнечной, в течение одной итерации могли выйти за доверительную область модели поверхности. Строгое рассмотрение динамики также потребует тщательного моделирования влияния неопределённостей кинематических параметров цефеид.

Полученная в работе оценка отклонения Солнца от средней поверхности диска ($|z_{00}| = 37$ пк) сопоставима по порядку величины с современными оценками. Дальнейшая работа над задачей требует усовершенствования алгоритма обработки данных с использованием современных статистических методов.

7. Методическая значимость работы

С точки зрения педагогики и методики можно выделить следующие особенности проекта.

Междисциплинарность. В работе объединены астрономия (строение Галактики, типы переменных звёзд), физика (уравнения движения, выбор потенциала), математика (приближение поверхности полиномом, метод наибольшего правдоподобия), информатика (реализация метода интегрирования) и владение иностранным языком (часть исходных статей учащийся читал на английском). Это позволило учащемуся применить знания из разных школьных предметов в рамках единой задачи.

Профориентационный эффект. Освоение инструментов современного учёного включало работу с реальным каталогом наблюдательных данных, критическую оценку влияния погрешностей, понимание несамосогласованности задачи интегрирования траекторий.

Роль научного руководителя. Руководитель определил общую структуру задачи, выбрал модель потенциала и критерии отбора данных, а также методически обосновал упрощения модели; учащийся самостоятельно реализовал численное интегрирование, обработку каталога и анализ погрешностей. Такое «разделение труда» позволило учащемуся сосредоточиться на ключевых вычислительных этапах, не углубляясь в сложные для школьного уровня детали, и при этом получить содержательный результат.

Полученные результаты не противоречат литературным данным, однако главным итогом работы можно считать демонстрацию того, что мотивированный школьник способен воспроизвести и частично модифицировать методологию взрослой научной статьи при условии методически продуманной редукции сложности.

8. Заключение

По каталогу классических цефеид построена полиномиальная модель средней поверхности диска Галактики и получена оценка смещения Солнца $z_0 = -37.4 \pm 0.7$ пк. В рамках принятой осесимметричной модели потенциала значимой эволюции искривления диска за рассмотренный интервал не обнаружено. Результат следует считать предварительным: его уточнение требует согласования источников исходных координат и скоростей, учёта их неопределённостей, проверки устойчивости к отбору объектов и сравнения нескольких моделей потенциала.

Проект показал, что при методической поддержке школьник может выполнить основные этапы вычислительного исследования с реальными астрономическими данными.

Рекомендованная литература. Для подробного ознакомления с предметом и методами исследования авторы рекомендуют следующие источники:

[11] — полноценный учебник для мотивированных школьников с сильной математической подготовкой и студентов младших курсов;

[4] — учебник для мотивированных школьников с сильной математической подготовкой и студентов; в главах 4 и 5 изложены соответственно принцип максимального правдоподобия и метод наименьших квадратов;

[12] — учебное пособие для студентов и школьников с углублённой математической подготовкой;

[8] — книга по динамике галактик, доступная для изучения после освоения основ математического анализа;

[13] — учебное пособие для заинтересованных старшеклассников и студентов;

[14] — практическое руководство по статистическим методам в астрономии.

Список литературы

- [1] An Intuitive 3D Map of the Galactic Warp's Precession Traced by Classical Cepheids / X. Chen [и др.] // *Nature Astronomy*. 2019. Т. 3. С. 320–325. DOI: 10.1038/s41550-018-0686-7.
- [2] A Detailed Analysis of the Milky Way Warp Based on Classical Cepheids / X. Zhou [и др.] // *The Astrophysical Journal*. 2025. Т. 989, № 2. DOI: 10.3847/1538-4357/adee1b.
- [3] Nikiforov I. I., Usik V. A., Veselova A. V. Modeling the Vertical Distribution of the Milky Way's Flat Subsystem Objects // *Research in Astronomy and Astrophysics*. 2023. Т. 23, № 1. DOI: 10.1088/1674-4527/aca887.
- [4] Худсон Д. Статистика для физиков: лекции по теории вероятностей и элементарной статистике. 2-е изд. Москва : Мир, 1970. 296 с.
- [5] Веселова А. В. Гравитационные потенциалы в галактической динамике: модели и задачи // *Астрономическое образование*. 2026. Т. 1, № 1. С. 36–46.
- [6] Bajkova A. T., Bobylev V. V. Orbits of 152 globular clusters of the Milky Way galaxy constructed from Gaia DR2 // *Research in Astronomy and Astrophysics*. 2021. Т. 21.
- [7] Nikiforov I. I., Sobolev P. S., Veselova A. V. Velocities-Distance Optimization of the Rotation Model of a Homogeneous Flat Subsystem of Galactic Objects: Masers // *Modern Astronomy: From the Early Universe to Exoplanets and Black Holes*. 2024. С. 395–400. DOI: 10.26119/VAK2024.073.

- [8] *Binney J., Tremaine S.* Galactic Dynamics. 2-е изд. Princeton : Princeton University Press, 2008. 903 с. ISBN 978-0-691-13027-9.
- [9] A Three-Dimensional Map of the Milky Way Using Classical Cepheid Variable Stars / D. M. Skowron [и др.] // Science. 2019. Т. 365, № 6452. С. 478–482. DOI: 10.1126/science.aau3181.
- [10] *Герасимов А. Г., Петровская И. В.* Кривая вращения во внешней области Галактики // Кинематика и физика небесных тел. 1990. Т. 6, № 5. С. 17–24.
- [11] *Агебян Т. А.* Теория вероятностей для астрономов и физиков. Москва : Наука, 1974. 264 с.
- [12] *Расторгуев А. С., Заболотских М. В., Дамбис А. К.* Кинематика населения Галактики : Учебное пособие по курсу «Галактическая астрономия» / ГАИШ МГУ. 2010. URL: <http://lnfm1.sai.msu.ru/~milkyway/Study/Kinematics.pdf>.
- [13] *Самусь Н. Н.* Переменные звёзды : Учебное пособие по курсу «Астрономия» / ГАИШ МГУ. URL: <http://heritage.sai.msu.ru/ucheb/Samus/index.html>.
- [14] *Wall J. V., Jenkins C. R.* Practical Statistics for Astronomers. 2-е изд. Cambridge : Cambridge University Press, 2012. 374 с. (Cambridge Observing Handbooks for Research Astronomers ; 8). ISBN 978-0-521-73249-9. DOI: 10.1017/CBO9781139031998.

Астрономическое образование, 2026. Материал предоставлен на условиях лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (С указанием авторства — С сохранением условий). Разрешено свободно делиться (обмениваться) — копировать и распространять материал на любом носителе и в любом формате в любых целях, включая коммерческие; адаптировать (создавать производные материалы) — делать ремиксы, видоизменять и создавать новое, опираясь на этот материал в любых целях, включая коммерческие; при условии обеспечения соответствующего указания авторства, предоставления ссылки на лицензию и обозначения изменений, если таковые были сделаны. Производные материалы должны распространяться на таких же условиях.