

Дифракция на волосе: учебно-исследовательская задача по волновой оптике



Астрономическое
образование

2026, № 1

Е. И. Леденёв*

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Аннотация

Описан опыт проведения учебно-исследовательского практикума по волновой оптике на учебно-тренировочных сборах кандидатов в сборную России по астрономии и астрофизике (10–11-е классы). Для углублённого варианта приведены элементы статистической обработки результатов. Отдельно обсуждается пример дополнительного исследовательского вопроса — проверка наличия или отсутствия зависимости толщины волоса от роста человека на небольшой выборке участников.

Учебно-исследовательская деятельность

Ключевые слова:

школьный эксперимент, волновая оптика, интерференция, дифракция Фраунгофера, принцип Бабиня, метод наименьших квадратов, доверительные интервалы

*2024ledenev.ei@student.letovo.ru

1. Введение

Волновые явления (интерференция и дифракция) составляют содержательно важную часть школьного курса оптики, но в практике обучения нередко воспринимаются как набор формул без опоры на наблюдаемый эффект. Одна из типичных причин — недостаток простых демонстраций: без реальной картины на экране обсуждение когерентности, разности хода и фазовых соотношений остаётся абстрактным. Между тем дифракцию Фраунгофера можно воспроизвести буквально «из подручных средств» и описать стандартными моделями волновой оптики [1–3].

Один из особенно удобных объектов для учебного исследования — тонкое препятствие (провода или человеческий волос), освещаемое лазером. С одной стороны, такой опыт даёт устойчивую дифракционную картину, видимую невооружённым глазом, с другой — естественно приводит к количественной оценке малых размеров порядка десятков микрометров. Исследование дифракции на тонком препятствии встречается в университетском практикуме [4], в том числе в работах с минимальным набором оборудования (лазер, волос, экран, линейка) [5].

Цель настоящей работы — описать практику организации учебно-исследовательской деятельности по волновой оптике на учебно-тренировочных сборах для учащихся 10–11-х классов в формате микромодуля.

Постановка учебно-исследовательской задачи. Идею практикума можно сформулировать как исследовательский вопрос: *возможно ли по дифракционной картине определить толщину человеческого волоса?*

Практикум опирается на минимальный набор оборудования и физическую модель дифракции Фраунгофера на тонком препятствии с использованием принципа Бабиня [1; 2].

Поступило в редакцию	01.02.2026
После доработки	14.02.2026
В печать	08.03.2026
Опубликовано	20.03.2026

2. Оборудование и схема установки

Комплект оборудования для проведения практикума:

- лазерная указка с известной длиной волны излучения λ ;
- волос (один или несколько образцов);
- держатель для волоса (картонная рамка или иной устойчивый объект, скотч);
- экран на расстоянии L (стена или лист бумаги);
- линейка (для измерения расстояний на экране и L).

Волос фиксируется на простом держателе (например, между полосками прозрачного скотча на картонной рамке) и помещается поперёк лазерного луча. На экране на расстоянии L возникает чередование светлых и тёмных полос. Измеряемой величиной служит координата x выбранной полосы относительно выбранного нуля-пункта (например, центра картины или центрального минимума). Иллюстрация рабочего процесса приведена на рис. 1, а основные обозначения параметров установки показаны на схеме (рис. 2).

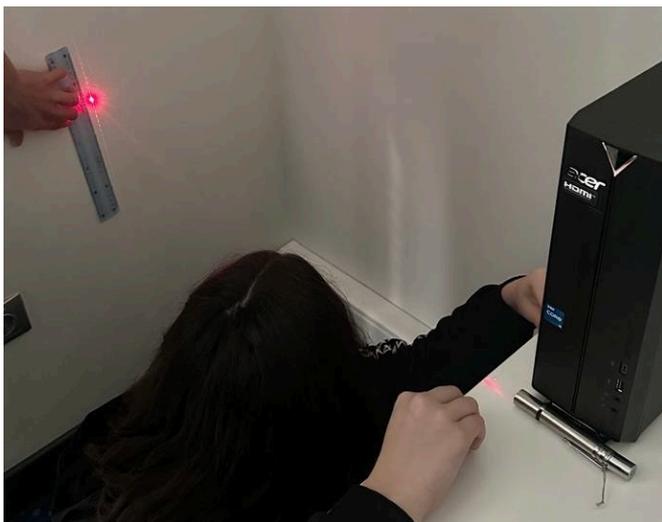


Рис. 1. Фотография рабочего процесса. Лазерная указка освещает волос, закреплённый поперёк луча. На экране наблюдается дифракционная картина. Учащиеся измеряют линейкой координаты светлых и тёмных полос

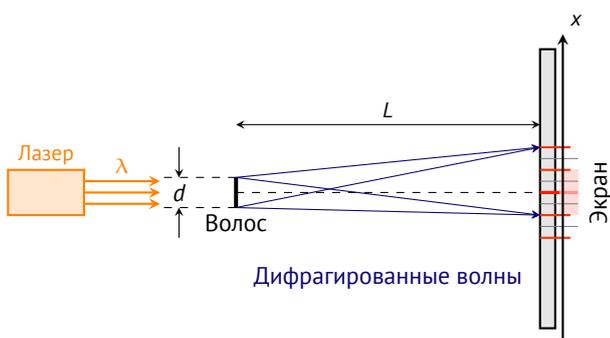


Рис. 2. Схема экспериментальной установки и обозначения параметров: длина волны лазера λ , расстояние до экрана L , координата полосы x . Искомая величина – толщина волоса d

3. Физическая модель дифракции на волосе

3.1. Откуда берутся максимумы и минимумы

Лазерный луч можно рассматривать как почти плоскую волну, в каждой точке волнового фронта которой колебания электромагнитного поля происходят согласованно¹. Если на пути волны поставить тонкий волос, волна обогнёт препятствие: вклад в поле за препятствием дают вторичные волны, формируемые различными участками волнового фронта (принцип Гюйгенса – Френеля). На экране при этом появляется дифракционная картина – чередование светлых и тёмных полос.

Почему полосы чередуются? В заданную точку экрана приходят вторичные волны, «обогнувшие» волос с разных сторон. Эти волны проходят разные расстояния, то есть имеют ненулевую *разность хода*. Разность хода связана с разностью фаз: если одна волна прошла на целое число длин волн больше, чем другая, то колебания приходят *в фазе* и усиливают друг друга. Если же разность хода равна половине нечётного числа длин волн, то волны приходят *в противофазе* и ослабляют друг друга. Опыт показывает, что выделяются точки на экране, в которых происходит взаимное усиление или ослабление практически всех вторичных волн – максимумы и минимумы дифракционной картины.

При проведении эксперимента удобно нумеровать наблюдаемые полосы от центра картины. Координаты полос x_N на экране при этом оказываются почти пропорциональны их номеру N ; чем дальше полоса от центра, тем больше угол, на который волна отклонилась от изначального направления, и тем быстрее нарастает разность хода.

3.2. Формулировка Фраунгофера и рабочая зависимость

Строгий расчёт дифракции Фраунгофера *для щели* ширины d приводит к распределению интенсивности вида [1; 3]

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2, \quad \beta \equiv \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta. \quad (1)$$

Минимумы $I(\theta) = 0$ соответствуют условию $\sin \beta = 0$, $\beta \neq 0$, откуда следует известное соотношение

$$d \sin \theta_m = m\lambda, \quad m = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Волос – препятствие, а не щель. Однако по *принципу Бабины* дифракционная картина от тонкого непрозрачного препятствия (вдали от геометрической тени) совпадает по виду с картиной от комплементарной щели

той же ширины, дополняющей препятствие до сплошной непрозрачной плоскости² [2; 4]. Поэтому на практике можно использовать формулы (1)–(2), считая d толщиной волоса.

При малых углах наблюдения

$$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \frac{x}{L}, \quad (3)$$

где x – расстояние от центра картины до выбранной полосы, L – расстояние до экрана. Тогда для минимумов получаем

$$x_m \approx \frac{m\lambda L}{d}. \quad (4)$$

В реальных измерениях часто удобнее отмечать положения светлых полос, то есть максимумов интенсивности. В первом приближении максимумы лежат примерно посередине между соседними минимумами, поэтому для светлых полос можно использовать оценку

$$x_N \approx \frac{N\lambda L}{d}, \quad N = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots \quad (5)$$

Зависимость (5) удобно проверять графически: линейность $x_N(N)$ подтверждает применимость модели, а по наклону прямой находят d .

4. Обработка данных и оценка неопределённостей

В исходных данных фиксируются расстояние от экрана L и координаты полос x_N . Номер N зависит от того, что именно отмечают на экране: для минимумов $N = 1, 2, 3, \dots$, а для максимумов $N = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$

Для повышения строгости можно перейти от координат к углам наблюдения:

$$\theta_N = \arctan\left(\frac{x_N}{L}\right), \quad (6)$$

$$\sin \theta_N = \frac{x_N}{\sqrt{L^2 + x_N^2}}. \quad (7)$$

При $x_N \ll L$ достаточно приближения $\sin \theta_N \approx x_N/L$.

Рабочая линейная модель (например, на основе (5)) записывается как

$$\hat{x}_N = kN + b, \quad (8)$$

где в идеальном случае $b \approx 0$, а коэффициент наклона равен

$$k = \frac{\lambda L}{d}. \quad (9)$$

Пусть измерены n точек (N_i, x_i) , где N_i – номер полосы, а x_i – её координата на экране. Введём

выборочные средние

$$\bar{N} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i, \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (10)$$

Метод наименьших квадратов позволяет найти параметры k и b , минимизирующие сумму квадратов отклонений

$$S(k, b) = \sum_{i=1}^n [x_i - (kN_i + b)]^2. \quad (11)$$

Коэффициенты k и b находятся по стандартным формулам [6; 7]:

$$k = \frac{\sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N})^2}, \quad (12)$$

$$b = \bar{x} - k\bar{N}. \quad (13)$$

4.1. Оценка погрешностей

Рассмотрим остатки аппроксимации

$$r_i = x_i - (kN_i + b), \quad (14)$$

то есть отклонения экспериментальных точек от аппроксимирующей прямой (8). Если модель адекватна, то остатки в основном отражают случайную составляющую ошибок измерений.

Предположим, что все точки имеют одинаковые веса (т.е. погрешности x_i одного порядка и не зависят существенно от N_i). Тогда несмещённая оценка дисперсии случайной составляющей измерений имеет вид [6; 7]:

$$s^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n r_i^2. \quad (15)$$

Деление на $(n-2)$ связано с числом степеней свободы. Из n измерений оцениваются два параметра (k и b), поэтому остаётся $(n-2)$ независимых отклонений.

В рамках линейной модели (8) и при одинаковой дисперсии ошибок x_i ковариационная матрица оценок МНК выражается через s^2 и геометрию набора N_i . В частности, погрешности коэффициентов равны [6; 7]:

$$\Delta k = \frac{s}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N})^2}}, \quad (16)$$

$$\Delta b = s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{N}^2}{\sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N})^2}}. \quad (17)$$

Первая формула показывает, что точность оценки наклона возрастает при увеличении числа точек и при более широком диапазоне N_i (то есть при большем разбросе по оси N).

Поскольку величина s вычисляется по конечной выборке, для доверительных интервалов следует использовать распределение Стьюдента. Для доверительной вероятности P получаем [7]:

$$k \in [k - t_{P, n-2} \Delta k; k + t_{P, n-2} \Delta k], \quad (18)$$

где $t_{P, n-2}$ – квантиль распределения Стьюдента с $(n - 2)$ степенями свободы. Интервал (18) можно понимать так: при многократном повторении эксперимента в доле P случаев интервал, построенный по данным, будет содержать истинное значение k .

Из (9) следует

$$d = \frac{\lambda L}{k}. \quad (19)$$

Погрешность Δd находится по формуле переноса [6; 7]:

$$\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 \approx \left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta k}{k}\right)^2. \quad (20)$$

При необходимости учитываются также систематические составляющие (точность линейки, устойчивость крепления волоса, параллельность экрана и т. п.).

5. Результаты эксперимента

5.1. Определение толщины волоса

На рис. 3 приведён пример экспериментальных зависимостей расстояния от выбранной «нулевой» полосы x_N от номера полосы N . Во всех показанных сериях данных точки в пределах экспериментальных погрешностей хорошо ложатся на прямые, что согласуется с линейной моделью (5).

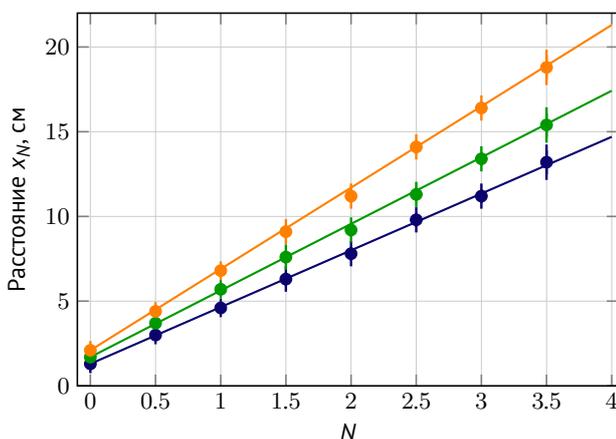


Рис. 3. Некоторые экспериментальные зависимости $x_N(N)$

Различие наклонов аппроксимирующих прямых соответствует различию толщин исследуемых волос. Действительно, согласно (19), при увеличении наклона k оценка толщины d уменьшается. В приведённом примере характерные наклоны имеют порядок нескольких сантиметров на единицу N . При типичных параметрах опыта ($\lambda \sim 650$ нм, L порядка нескольких метров) это приводит к оценкам толщины волоса в диапазоне десятков–сотни микрометров, то есть в физически реалистичной области.

5.2. Связь толщины волоса с ростом человека

После получения индивидуальных оценок d участникам было предложено сформулировать и проверить гипотезу о возможной связи толщины волоса с ростом человека. На рис. 4 показаны результаты для небольшой выборки: по оси абсцисс отложен рост h , по оси ординат – оценённая толщина волоса d (мкм). Погрешности отображены в виде «усов» по обеим осям.

По представленным данным значения d лежат примерно в интервале 50–120 мкм (типичный порядок величины для человеческого волоса), при этом заметен существенный разброс даже при близких значениях роста. В пределах данной выборки и при имеющихся неопределённостях измерений визуально не просматривается устойчивая зависимость $d(h)$.

Корректная интерпретация результата – констатация того, что в рамках проведённого учебного исследования зависимость не обнаружена. Для содержательных выводов потребовалась бы существенно более крупная и лучше контролируемая выборка (с учётом пола, возраста, условий измерений, метода отбора волоса и т. д.).

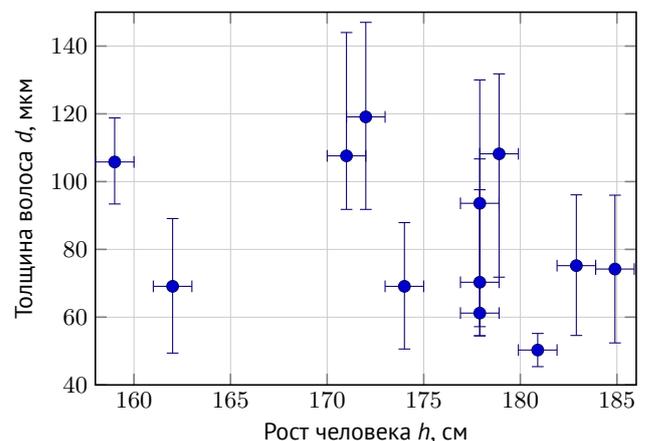


Рис. 4. Зависимость оценки толщины волоса d от роста человека h

6. Обсуждение

6.1. Применимость модели и источники погрешностей

Ключевым элементом практикума является связь наблюдаемой дифракционной картины с моделью Фраунгофера и принципом Бабинне (раздел 3). Используемое приближение малых углов $\sin \theta \approx \tan \theta \approx x/L$ корректно при $x \ll L$. Например, если $x/L \leq 0.1$, то относительная ошибка замены $\sin \theta \rightarrow x/L$ составляет менее 0.2% (так как $\sin \theta = \theta - \theta^3/6 + \dots$ и $\theta \approx x/L$). Обычно это меньше экспериментальной погрешности измерения x линейкой.

Отдельный источник систематической погрешности связан с реальностью лазерного пучка: конечная ширина и неоднородность интенсивности могут снижать контраст полос и смещать визуально определяемые положения максимумов и минимумов. На практике помогает простое решение: увеличить расстояние L и (при необходимости) использовать указку с менее выраженной фокусировкой или ослабить коллимирующую оптику так, чтобы картина была устойчивой и хорошо различимой на экране.

6.2. Педагогические эффекты и организация работы

Практикум показывает, что даже короткую работу по волновой оптике можно выстроить как законченный цикл учебного исследования.

В качестве типичных затруднений учащихся можно отметить следующие: выбор нулевой точки и согласование нумерации полос, измерения координат x с учётом нечётких границ полос, понимание смысла свободного члена b . Эти трудности педагогически продуктивны: они подводят обсуждение к анализу качества данных и ограничений модели.

7. Заключение

Описанный в настоящей работе практикум по дифракции на волосе позволяет при минимальном наборе оборудования получить наглядную картину и провести количественное исследование. Обработка данных методом наименьших квадратов и оценка неопределённости делают микромодуль содержательно завершённым. Дополнительные исследовательские вопросы (например, проверка зависимости толщины волоса от роста) расширяют работу до уровня постановки и проверки гипотез с корректной интерпретацией.

Примечания

1 Это суть *когерентности*: волновой фронт как поверхность равных фаз колебаний, связанных с волновым процессом, должен существовать как минимум в ограниченной оптической схеме области пространства и в течение промежутка времени, необходимого для формирования дифракционной картины, а разность фаз колебаний между различными точками — оставаться (практически) постоянной во времени. Лазер выделяется среди других источников света тем, что он излучает свет с высокой степенью когерентности.

2 Приведём простой вывод, поясняющий смысл принципа Бабинне. Рассмотрим непрозрачное дифрагирующее тело X и комплементарную ему апертуру X' (такую, что вместе они образуют сплошную непрозрачную плоскость). Пусть на плоскость падает одна и та же плоская волна. Тогда в любой точке наблюдения поле при отсутствии экрана равно сумме полей, возникающих при наличии экрана с вырезом X' и экрана с вырезом X (то есть с препятствием X). Следовательно, поля излучения, возникающие в результате дифракции на X и X' , противоположны по фазе, но равны по амплитуде. Исключение составляет лишь направление исходного пучка (область геометрического изображения), где присутствует недифрагированная составляющая падающей волны.

Список литературы

- [1] *Hecht E.* Optics. 5-е изд. Pearson, 2016. 704 с. ISBN 978-1292096964.
- [2] *Born M., Wolf E.* Principles of Optics. 7-е изд. Cambridge University Press, 1999. 952 с.
- [3] *Goodman J. W.* Introduction to Fourier Optics. 3-е изд. Roberts, Company, 2005. 491 с. ISBN 978-0974707723.
- [4] Лабораторная работа 409 : Дифракция Фраунгофера (методические материалы). Физический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, 2026. URL: http://genphys.phys.msu.ru/rus/Lab/opt/Lab409_2026.pdf.
- [5] Сборник лабораторных работ по общей физике : в 3 т. Том 2. Оптика / под ред. А. В. Максимищева. 2014. 446 с. URL: <https://books.mipt.ru/book/296954>.
- [6] *Митин И. В., Пусаков В. С.* Анализ и обработка экспериментальных данных. Москва : Физический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, 2012. 44 с.
- [7] *Сажина О. С.* Основы математической обработки наблюдательных и экспериментальных данных для астрономов. Москва : Издательство Московского университета, 2024. 286 с. ISBN 978-5-19-011930-5.

Астрономическое образование, 2026. Материал предоставлен на условиях лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (С указанием авторства — С сохранением условий). Разрешено свободно делиться (обмениваться) — копировать и распространять материал на любом носителе и в любом формате в любых целях, включая коммерческие; адаптировать (создавать производные материалы) — делать ремиксы, видоизменять и создавать новое, опираясь на этот материал в любых целях, включая коммерческие; при условии обеспечения соответствующего указания авторства, предоставления ссылки на лицензию и обозначения изменений, если таковые были сделаны. Производные материалы должны распространяться на таких же условиях.