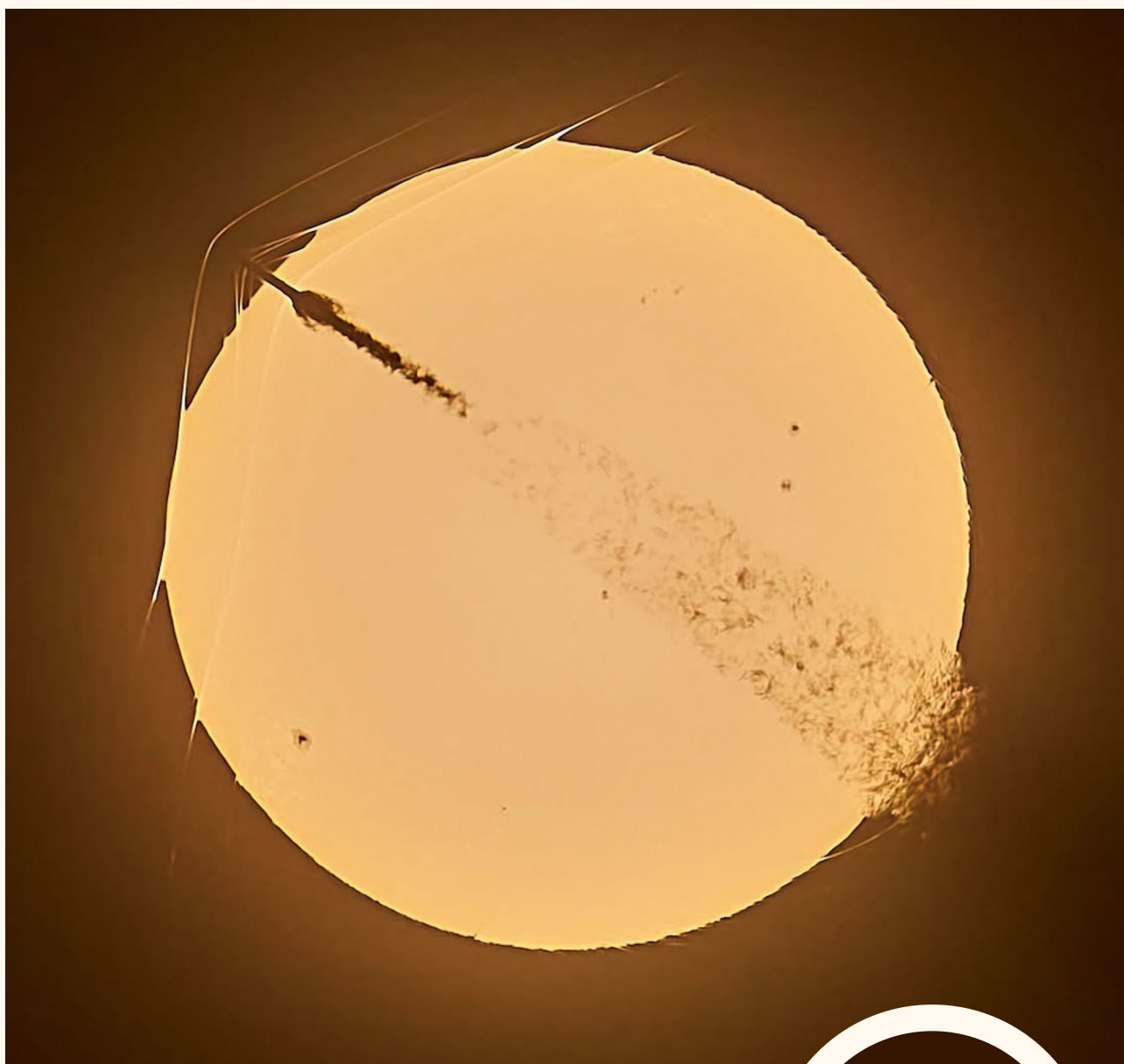




Журнал
**Астрономическое
образование**



2026

№ 2

Содержание



Астрономическое
образование

2026, № 2

Приветственное слово 3

Астрономия и школа

Клык Д. Ю. Игра в большие данные: работа с астрономическими каталогами на уроках информатики в старших классах 4

В работе рассказывается, как можно «оживить» уроки информатики в старших классах, используя реальные астрономические данные. Автор подготовил учебный набор данных с характеристиками ярчайших звёзд неба и разработал сценарии практических занятий. Работая на языке Python с библиотеками Pandas, Matplotlib и Plotly, учащиеся осваивают фильтрацию, обработку и визуализацию данных, в том числе воссоздают знаменитую диаграмму Герцшпрунга — Рассела. Материалы могут быть встроены в курсы информатики и физики и использованы для поддержки межпредметных связей. Набор данных, программный код и руководства опубликованы в открытом доступе и предназначены для уроков, проектной и кружковой работы, а также самостоятельных учебных исследований. Рассмотренный подход позволяет показать школьникам, что большие данные — инструмент для исследования мира, пусть даже звёздного.

Астрономические этюды

Кондратьев Н. Е. Двумилый Янус. О движении Януса и Эпиметея 11

Решение олимпиадной задачи часто строится вокруг одной или нескольких ключевых идей, без которых дальнейшие вычисления невозможны. В статье разобрана задача 11.6 заключительного этапа Всероссийской олимпиады школьников по астрономии 2026 года о движении спутников Сатурна Януса и Эпиметея. Представлены несколько способов оценки больших полуосей и периодов обращения спутников, а также минимального расстояния между ними: разложение по малому параметру, бинарный поиск, прямое интегрирование сил и применение законов сохранения в инерциальной и неинерциальной системах отсчёта. Показано, какие приближения позволяют считать орбиты почти совпадающими и почему при оценке сближения нельзя пренебрегать влиянием Сатурна. Сопоставление решений демонстрирует роль проверки порядков величин и области применимости выбранной физической модели.

Учебно-исследовательская деятельность

Ефимкин А. Н., Глазунов В. О., Качай М. А., Петров П. В.

EDUSat: образовательная платформа

для изучения систем ориентации спутников 19

Представлена образовательная платформа EDUSat в форм-факторе CubeSat 2U, предназначенная для изучения устройства космического аппарата и алгоритмов управления его ориентацией. Описаны конструкция корпуса и маховиков, электронная подсистема на основе микроконтроллеров ESP32 и RP2040, математическое обеспечение с использованием кватернионов, а также испытательные стенды. Рассмотрены результаты испытаний прототипа с одной степенью свободы и опыт применения платформы на мастер-классах и летней практике для школьников. Предложена примерная программа занятий, объединяющая 3D-моделирование, программирование и анализ работы системы ориентации. Платформа позволяет переходить от моделирования к экспериментам с реальными датчиками и исполнительными механизмами и может служить основой для школьных и студенческих проектов. Отмечены типичные затруднения при переносе алгоритмов с модели на прототип.

Рудоманов М. А., Булыгин И. И.

Массовая сегрегация в рассеянных звёздных скоплениях 26

В работе представлен школьный учебно-исследовательский проект по астрофизике, выполненный учащимися 10 класса. Показана целесообразность ведения проектной деятельности старшими школьниками на продвинутом исследовательском уровне, обозначены инструменты коммуникации и принцип проектирования работы учащегося. Исследовательская часть посвящена оценке массовой сегрегации в 12 рассеянных звёздных скоплениях по данным SAI Open Clusters Catalog. Для количественной оценки сегрегации используется метод минимального остовного дерева (MST), основанный на сравнении длины MST для выборки наиболее массивных звёзд с распределением длин MST для случайных подвыборок того же размера. Массы звёзд оцениваются по фотометрии через приближённое соотношение масса — светимость, а простая модель изменения числа звёзд строится на основе начальной функции масс. Для каждого скопления также оценивается характерное время релаксации по формулам звёздной динамики. Полученные результаты указывают на возможную связь между динамическим возрастом скопления и величиной Λ_{MSR} , однако из-за малой выборки, приближённого определения масс и упрощённого отбора членов скоплений выводы следует рассматривать как качественную учебно-исследовательскую оценку.

Об издании

Проект Тренерского штаба сборной России по астрономии и астрофизике

Редакционная коллегия

И. А. Утешев — и. о. главного редактора
М. И. Волобуева — ответств. секретарь
А. В. Веселова
Б. Б. Эскин

Редакционный совет

В процессе формирования

Рецензенты статей в номере

Ф. А. Белов, канд. пед. наук
И. И. Булыгин
К. И. Васильев
В. В. Григорьев
Е. В. Жабрунова
С. Г. Желтоухов, канд. физ.-мат. наук
М. В. Кузнецов
С. В. Кузьмин
Е. И. Леденев
И. О. Орлов
С. В. Пилипенко, канд. физ.-мат. наук
О. Л. Старинова, д-р техн. наук
В. С. Федоров

Сетевое издание
зарегистрировано Роскомнадзором,
Эл № ФС77-91030 от 10.03.2026.
Без возрастных ограничений

Учредитель, издатель И. А. Утешев.
Контакты: journal@astroedu.ru;
+7 (921) 920-04-58

Изображение на обложке:
Triple Shockwave from Sun Crossing Rocket.
John Winkopp, WAI Media (29.05.2026)

ISSN 3033-7917
journal.astroedu.ru

Алексеев И. Я., Веселова А. В.

**Анализ кинематики галактических цефеид
и моделирование звёздного диска Галактики 35**

Статья описывает учебно-исследовательскую работу школьника по анализу кинематики диска Млечного Пути на основе каталога классических цефеид. Получена оценка смещения Солнца относительно средней поверхности диска: $z_{00} = -37.4 \pm 0.7$ пк. Выполнено численное моделирование движения цефеид в осесимметричном потенциале Галактики, включающем потенциалы сферы Пламмера (балдж), диска Миямото – Нагаи (звёздно-газовый диск) и гало Наварро – Френка – Уайта (тёмное гало). Показано, что на масштабе ~ 100 млн лет значимой эволюции искривления диска не обнаружено. Обсуждаются также междисциплинарность и профориентационная ценность проекта.

Мохов А. О. Моделирование радиальных колебаний Солнца 43

В учебно-исследовательском проекте построена дискретная одномерная модель радиальных колебаний Солнца: радиальный сектор звезды разбивается на блоки, а давление газа между соседними блоками описывается нелинейными «газовыми пружинами». Частоты и формы свободных колебаний находятся как собственные значения и собственные векторы в матричной задаче. Для наиболее низкочастотной моды получен период около $4.3 \cdot 10^3$ с; наибольшие смещения в этой моде приходятся на наружные слои модели. Результаты модального анализа дополнительно проверены прямым интегрированием уравнений движения методом Leapfrog.

Астрономические олимпиады

Белов Ф. А., Козлова И. С.

**Линейки задач в комплектах муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по астрономии 50**

В статье представлен краткий анализ дефицитов в работе региональной предметно-методической комиссии и вариант решения проблемы творческого дефицита при разработке комплекта задач муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников, основанный на использовании линейек дифференцированных задач одного сюжета на примере муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по астрономии 2025 года в Саратовской области.

Ажакин А. М., Измайлова М. И.

**Методические риски использования официальных решений
олимпиадных задач по астрономии для самостоятельной подготовки 54**

Официальные решения олимпиадных задач составляются для членов жюри, а после публикации используются школьниками и педагогами для подготовки к олимпиадам. На примере материалов регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников и Санкт-Петербургской астрономической олимпиады рассмотрены четыре вида методических рисков: неявный выбор модели, терминологическая неоднозначность, несогласованность критериев с допустимыми способами решения и ошибки в опубликованном разборе. Обсуждаются педагогические последствия таких дефектов. Предлагаются меры для повышения качества материалов олимпиад, в том числе после их опубликования.

Образование и технологии

Морозов Д. В., Севастьянов К. К., Городов Е. Е.

Об опыте создания компьютеризированной системы наведения телескопа 63

В статье описан опыт создания компьютеризированной системы наведения телескопа усилиями членов астрономического кружка Сергиево-Посадского физико-математического лицея. Система разработана для телескопа-рефлектора на экваториальной монтировке. Показано, что возможно создание относительно дешёвой системы, обладающей всем необходимым для проведения учебных астрономических наблюдений функционалом.



Дорогие друзья!

Летний номер «Астрономического образования» посвящён вдохновению. Вдохновению юных исследователей, которые начинают постигать загадки Вселенной и учатся применять научный метод. Вдохновению педагогов, которые придумывают новые методические трюки и борются с профессиональным выгоранием. Вдохновению любителей астрономии, которое лишь укрепляется от осознания величия мироздания и от красот, которые оно являет благодарным зрителям.

Акцент номера — учебные исследования и проекты: от анализа данных до воплощения инженерной мечты в железе (и пластике). Представлены результаты работы школьных и студенческих групп, методические разработки и педагогический взгляд на организацию исследовательской деятельности.

Пожалуй, самое важное в учебном исследовании — однажды обнаружить, что на вопрос, который вчера вводил в ступор, сегодня ты уже способен дать обоснованный ответ. Поставить задачу, получить данные, ошибиться, усомниться, перепроверять — и увидеть, почувствовать живой процесс познания!

Не всякое исследование заканчивается открытием, не всякий проект с первого раза воплощается таким, каким был задуман. Это нормально: неудачная гипотеза, ошибка в коде или деталь, которую приходится печатать заново, учат не хуже самого взыскательного учителя. Право на ошибку, на несовершенство — неотъемлемая часть статуса исследователя.

Надеемся, что работы, собранные в этом номере, не только подарят готовые идеи, но и вдохновят придумать собственные. Желаем вам ясного неба и естественного научного любопытства, которое превращает «интересно, почему?» в «давайте попробуем выяснить»!



Астрономическое
образование

2026, № 2

Астрономия и школа

Ключевые слова:

астрономические каталоги, анализ данных, информатика, интеграция дисциплин, Python, визуализация данных, исследовательская деятельность

Сокращения:

CSV — comma-separated values (значения, разделённые запятыми);
FTP — File Transfer Protocol (протокол передачи файлов);
IT — информационные технологии

*dyuk108@gmail.com

Игра в большие данные: работа с астрономическими каталогами на уроках информатики в старших классах

Д. Ю. Клыков*

Школа в Капотне, г. Москва

Аннотация

В работе рассказывается, как можно «оживить» уроки информатики в старших классах, используя реальные астрономические данные. Автор подготовил учебный набор данных с характеристиками ярчайших звёзд неба и разработал сценарии практических занятий. Работая на языке Python с библиотеками Pandas, Matplotlib и Plotly, учащиеся осваивают фильтрацию, обработку и визуализацию данных, в том числе воссоздают знаменитую диаграмму Герцшпрунга — Рассела. Материалы могут быть встроены в курсы информатики и физики и использованы для поддержки межпредметных связей. Набор данных, программный код и руководства опубликованы в открытом доступе и предназначены для уроков, проектной и кружковой работы, а также самостоятельных учебных исследований. Рассмотренный подход позволяет показать школьникам, что большие данные — инструмент для исследования мира, пусть даже звёздного.

1. Введение

В современной школе многие 10–11-е классы имеют профильную направленность. В ходе обучения школьники знакомятся с элементами будущей профессии и основами передовых технологий. В рамках проекта «IT-класс в московской школе» автор проводит уроки профильной информатики и предмета «Введение в специальность», а ранее также уроки физики.

IT-отрасль работает с большими массивами данных, извлекая из них полезную информацию. Подобный подход применяется и в науке, в частности в звёздной статистике. Элементы астрономии изучаются в курсе физики 11 класса. При подготовке к теме «Введение в большие данные» в 2024/2025 учебном году родилась идея в рамках углубления межпредметных связей использовать астрономические каталоги для проведения практических работ.

Результатом работы стал набор данных (датасет) со сведениями о ярчайших звёздах неба, собранными из нескольких источников, а также разработки уроков информатики с его использованием. Датасет, исходный код и учебные материалы опубликованы в [1; 2]. Их можно использовать для практических работ на уроках информатики и физики (астрономии), проектных работ, кружковых занятий и самостоятельных экспериментов любителей астрономии.

2. Исходные данные

Требовалось подготовить исходные данные так, чтобы их можно было сразу открыть и исследовать, а все необходимые характеристики звёзд уже находились в одной таблице. В качестве основных источников рассматривались «Каталог ярких звёзд» (Bright Star Catalog, BSC5 [3]) и каталог Hipparcos [4]. Некоторые их характеристики сопоставлены в табл. 1.

Поступило в редакцию	22.02.2026
После доработки	18.06.2026
В печать	08.08.2026
Опубликовано	12.08.2026

ISSN 3033-7917
journal.astroedu.ru

Таблица 1. Сравнительные характеристики каталогов BSC5 и Hipparcos для среза по видимой звёздной величине $V \leq 6.5^m$

Характеристика	BSC5	Hipparcos
Число записей в срезе	8 404	8 874
Эпоха	J2000	J1991.25
Видимая звёздная величина V	Есть	Есть
Тригонометрический параллакс	37,7 %	99,9 % (отсутствует у 4 звёзд)
Показатель цвета $B - V$	97 %	99,9 % (отсутствует у тех же 4 звёзд)
Спектральный класс	100 %	100 %

Предельную видимую звёздную величину установили равной 6.5^m : это значение приблизительно соответствует пределу чувствительности невооружённого глаза для идеального ночного неба. В полученном срезе оказалось 8 404 записи из BSC5 и 8 874 записи из Hipparcos. Разница обусловлена различием полноты (степени охвата) каталогов и попаданием в срез звёзд с блеском вблизи граничного значения (особенно это касается переменных звёзд). Также выяснилось, что некоторые двойные звёзды, занимающие по одной позиции в Hipparcos, представлены в BSC5 несколькими строками.

Причин ограничиться только видимыми глазу звёздами несколько. Во-первых, для школьных уроков требовался небольшой набор данных, который гарантированно можно обработать на слабых компьютерах. Во-вторых, связь с непосредственно наблюдаемым небом помогает сформулировать понятные учебные задачи. Более слабые звёзды можно использовать, например, при изучении Млечного Пути методом «звёздных черпков» или звёздной статистики околосолнечного пространства. Такая работа потребует обращения к более крупным каталогам, например Gaia.

Вследствие большей полноты и лучшей точности решено взять за основу каталог Hipparcos. Из него перенесены, в числе прочих:

- видимая звёздная величина V в системе Джонсона (V_{mag}),
- прямое восхождение и склонение в десятичных градусах (RA_{deg} , DE_{deg}),
- тригонометрический параллакс (Plx),
- показатели цвета $B - V$ и $V - I$,
- спектральный класс ($SpType$),
- каталожные номера Hipparcos (HIP) и Henry Draper Catalogue (HD), позволяющие сопоставлять записи с другими источниками.

Обозначения звёзд по Байеру (Bayer, Bayer_cst) и Флемстиду (Fl) добавлены из кросс-каталога [5]. Для каждой звезды также указано созвездие по каталогу границ созвездий [6], содержащему данные для эпохи B1875. Эти поля можно использовать, например, для сравнения созвездий по числу ярких звёзд и площади.

2.1. Получение каталогов

Наряду с домашними страницами каталогов действует Страсбургский центр астрономических данных (Centre de Données astronomiques de Strasbourg, CDS) <https://cds.unistra.fr>. Один из вариантов доступа к архиву – анонимный FTP-сервер <ftp://cdsarc.u-strasbg.fr>. Поскольку современные браузеры, как правило, не поддерживают нешифрованный FTP, предлагается использовать FTP-клиент, например FileZilla. После ввода имени пользователя anonymous и пароля, содержащего символ @, открывается дерево каталогов (рис. 1).

Сориентироваться в дереве папок помогает файл `/0/cats/cats.lis` с перечнем названий и авторов каталогов. Поиск по ключевым словам позволяет найти нужный источник и его положение на сервере. Файл с названием наподобие ReadMe обычно содержит описание каталога и структуры его полей.

3. Форматы файлов данных

Если в исходных файлах поля разделены фиксированными позициями в строке, для учебных упражнений их удобно преобразовать в формат CSV, где поля разделяет специальный символ, в большинстве случаев – запятая. С файлами в формате CSV работают библиотеки Python Pandas и Polars, многие системы управления базами данных и электронные таблицы, в частности LibreOffice Calc.

Учебные исследования можно проводить и в электронных таблицах. При открытии CSV-файла Calc показывает панель настроек (рис. 2). Разделитель обычно определяется автоматически, а кодировку следует установить вручную – Unicode (UTF-8), поскольку в названиях звёзд присутствует кириллица.

В русской локализации запятая служит десятичным разделителем, поэтому табличные программы часто ожидают точку с запятой в качестве разделителя полей. Для такого случая подготовлен отдельный вариант файла: поля разделены точкой с запятой, а дробная часть числа – запятой.

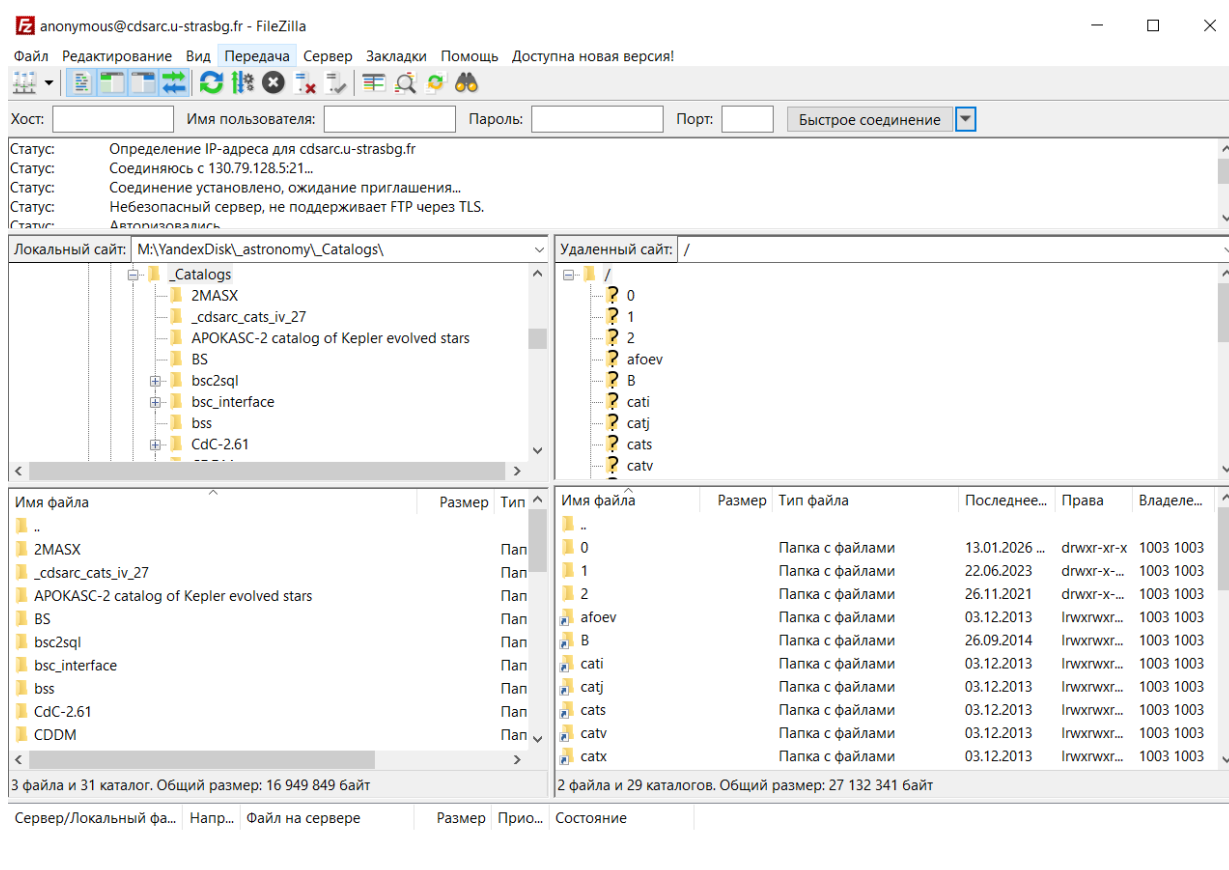


Рис. 1. Окно FileZilla с открытым FTP-архивом CDS

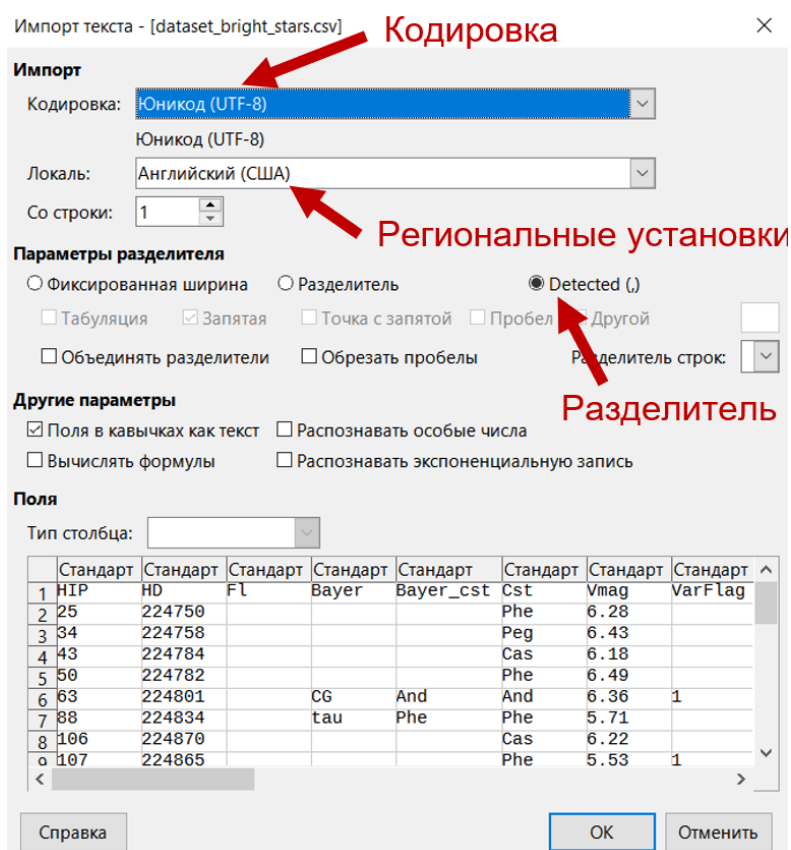


Рис. 2. Параметры импорта CSV-файла в LibreOffice Calc

В IT-классе, где автор проводил занятия, одиннадцатиклассники уже владели основами Python. Для работы с небольшим набором данных объёмом около 1 мегабайта использовалась библиотека Pandas.

Данные загружаются в память двумя строками:

```
import pandas as pd
df = pd.read_csv('dataset_bright_stars.csv',
                 encoding='utf-8')
```

Полученный объект `df` называют датафреймом: его строки соответствуют звёздам каталога, а именованные столбцы — характеристикам звёзд (рис. 3).

	HIP	HD	Fl	Bayer	Bayer_cst	Cst	Vmag	VarFlag	VarID	RAdeg
0	25	224750.0	NaN	NaN	NaN	Phe	6.28	NaN	NaN	0.079365
1	34	224758.0	NaN	NaN	NaN	Peg	6.43	NaN	NaN	0.099470
2	43	224784.0	NaN	NaN	NaN	Cas	6.18	NaN	NaN	0.129089
3	50	224782.0	NaN	NaN	NaN	Phe	6.49	NaN	NaN	0.142871
4	63	224801.0	NaN	CG	And	And	6.36	1.0	CG And	0.181750

Рис. 3. Фрагмент датафрейма в блокноте Jupyter

4. Сценарии уроков

После изучения закона излучения Планка и характеристик звёзд учащиеся переходят к программированию. Предполагается, что ранее они уже познакомились с Pandas и научились устанавливать библиотеку. Учитель раздаёт заранее подготовленные руководства с пошаговым объяснением кода, а учащиеся скачивают набор данных со страницы [1].

4.1. Фильтрация и описательная статистика

Сначала учащиеся выводят численные характеристики датафрейма. Следующие строки знакомят их с фильтрацией по условию и подсчётом числа строк:

```
print('Количество звёзд ярче 6m:',
      (df['Vmag'] <= 6).sum())
print('Из них в северном полушарии:',
      ((df['Vmag'] <= 6)
       & (df['DEdeg'] >= 0)).sum())
print('Из них в южном полушарии:',
      ((df['Vmag'] <= 6)
       & (df['DEdeg'] < 0)).sum())
```

Получаются значения 5 044, 2 400 и 2 644 соответственно: в этом наборе данных звёзд ярче 6^m в южном небесном полушарии несколько больше, чем в северном. Для звёзд ярче 2^m соотношение аналогичное: 29 звёзд в южном полушарии против 20 — в северном.

Затем отбираются звёзды с отрицательной видимой звёздной величиной, выводятся интересные столбцы и записи сортируются по возрастанию `Vmag`:

```
df_bright = df[df['Vmag'] <= 0]
df_bright[['Name_r', 'Bayer', 'Bayer_cst',
            'Vmag']].sort_values(by='Vmag')
```

В результате выводится список четырёх ярчайших звёзд ночного неба (рис. 4). На этом примере учитель объясняет шкалу видимых звёздных величин и связывает численные значения с наблюдаемой картиной неба.

	Name_r	Bayer	Bayer_cst	Vmag
2446	Сириус	alf	CMa	-1.44
2274	Канопус	alf	Car	-0.62
5234	Арктур	alf	Boo	-0.05
5367	Ригиль Кентаврус	alf	Cen	-0.01

Рис. 4. Четыре ярчайшие звезды ночного неба

4.2. Спектральные классы и диаграмма Герцшпрунга — Рассела

Следующая часть практической работы посвящена спектральным классам. С помощью библиотеки Matplotlib строится столбчатая диаграмма их распределения (рис. 5).

После этого можно перейти к обсуждению эволюции звёзд. На уроке информатики материал закрепляется построением диаграммы Герцшпрунга — Рассела: учащиеся не только видят готовую диаграмму на слайде или в учебнике, но и строят её самостоятельно по имеющимся данным.

По вертикальной оси откладывается абсолютная звёздная величина. Она связана с видимой звёздной величиной m и расстоянием r , выраженным в парсеках:

$$M = m + 5 - 5 \lg r. \quad (1)$$

В датасете параллакс p приведён в миллисекундах дуги, поэтому при вычислении расстояния используется соотношение $r = 1000/p$. Отрицательные оценки параллакса не имеют прямого физического смысла, но могут возникать при обработке измерений, когда неопределённость сопоставима с самим параллаксом. На данном примере юные программисты учатся фильтровать зашумлённые данные; записи с $p < 10$ mas отбрасывались.

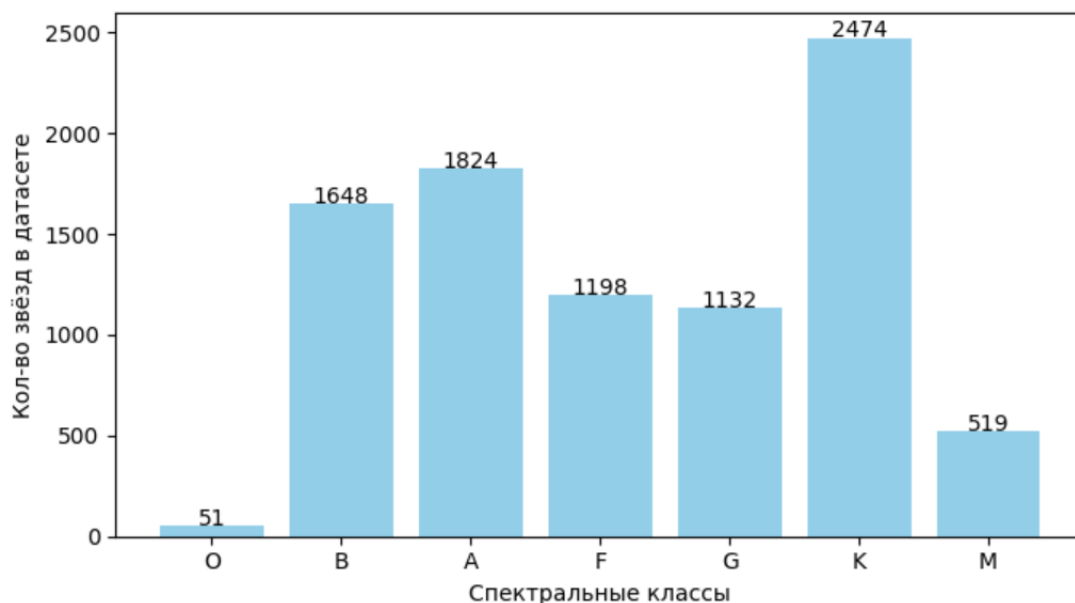


Рис. 5. Распределение звёзд с $V \leq 6.5^m$ по спектральным классам

По горизонтальной оси откладывается эффективная температура T_{eff} ; шкала логарифмическая, причём её направление инвертировано (влево). В Hipparcos такого поля нет, поэтому использовались типичные температуры спектральных классов и подклассов из модуля автора [7]. Из-за дискретности этих значений на диаграмме появились вертикальные полосы (рис. 6).

Для уточнения температур был использован каталог параметров звёздных атмосфер PASTEL [8]. Кросс-идентификация звёзд потребовала дополнительной работы, поскольку звёзды в каталоге обозначены по разным системам. В процессе возникло множество вопросов, например:

- Что делать с двойными или кратными звёздами?
- Брать ярчайший компонент.
- Приводятся несколько различных значений T_{eff} , что делать?
- Брать среднее значение.
- Как проверить корректность значений?
- По известному спектральному классу.

Разумеется, результат непригоден для использования в научном исследовании, однако вполне подходит для учебных целей.

В итоге значения T_{eff} удалось сопоставить с 62.7 % записей набора. Если температура отсутствует в PASTEL, она по-прежнему оценивается по спектральному классу. С дополненными значениями температуры диаграмма стала более информативной (рис. 7).

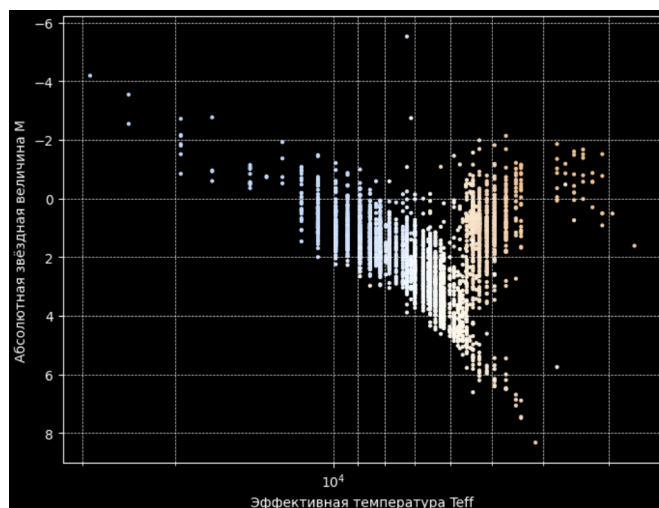


Рис. 6. Диаграмма Герцшпрунга – Рассела. T_{eff} оценена по спектральным классам

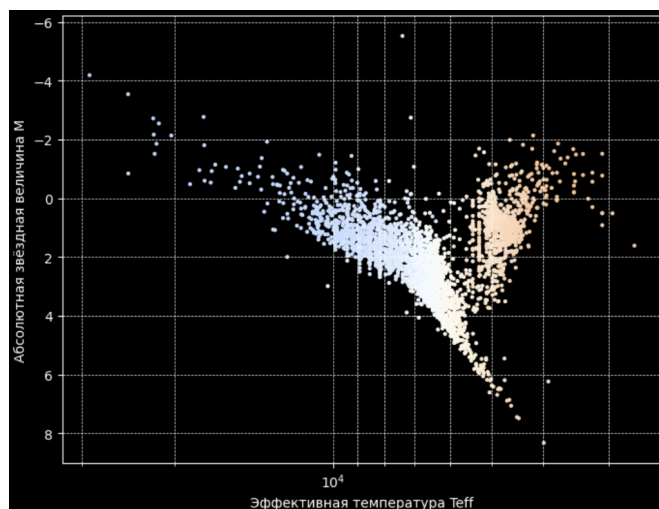


Рис. 7. Диаграмма Герцшпрунга – Рассела. T_{eff} взята из PASTEL, а при отсутствии данных оценена по спектральному классу



Рис. 8. Вид неба над южным горизонтом сентябрьским вечером на широте Москвы



Рис. 9. Учащиеся 11 класса строят диаграмму Герцшпрунга — Рассела



Рис. 10. Учащиеся 11 класса создают объёмные модели ярких звёзд

Для проведения таких уроков учитель должен обладать достаточной квалификацией как в программировании, так и в астрономии, сотрудничать с учителем физики или быть им. Ход занятия зависит также от подготовки и заинтересованности учащихся.

5. Идеи дальнейшего использования набора данных

Интерактивные диаграммы позволяют исследовать отдельные точки с помощью всплывающих подсказок. Автор создал интерактивную диаграмму Герцшпрунга — Рассела в Plotly [1]. В подсказках отображаются названия звёзд и обозначения по Байеру. Подобная визуализация может стать основой детского проекта:

небольшого интерактивного сайта, который объясняет астрономическое явление и позволяет пользователю проявить исследовательскую активность.

Другая группа работ может быть посвящена пространственному расположению светил. Объёмную модель ярких звёзд созвездия, традиционно создаваемую из подручных материалов, можно построить и на компьютере. На одном из уроков одиннадцатиклассники создавали 3D-модели в Plotly (рис. 10).

Ещё одно направление — построение карт. Автор разработал скрипт для генерации векторных звёздных карт [9]; пример приведён на рис. 8. Продолжением может стать учебный проект тайловой карты неба с использованием, например, MapLibre GL JS.

6. Заключение

Описанный опыт позволяет сформулировать следующие методические наблюдения и рекомендации:

1. Создание учителем личных проектов, связанных с программированием, не только повышает его квалификацию и, как следствие, улучшает подготовку учащихся, но и позволяет использовать их как учебный материал.

2. Способы учебного применения проекта полезно планировать до начала разработки. Необходимо публиковать результаты работы и написать проектную документацию.

3. Личный проект направлен на решение некоторой конкретной задачи или круга задач в заданной проблемной области. Межпредметный контекст помогает учащимся осваивать не только абстрактные технологии, но и предметную область, в которой эти технологии применяются, а также способствует более осознанной профессиональной ориентации.

4. При должной организации работы изложенный подход знакомит учащихся с мощными инструментами учебно-исследовательской деятельности, является активной формой приобретения знаний.

5. Подготовка таких занятий трудозатратна, однако позволяет учителю получать удовлетворение и вдохновение от творческой работы, тем самым служит профилактикой профессионального выгорания и средством самореализации.

Список литературы

- [1] Клыков Д. Ю. URL: <http://dyuk108.ru>; Личная страница автора статьи.
- [2] Клыков Д. Ю. Датасет сведений о ярчайших звёздах неба до 6.5m : Репозиторий GitHub. 2025. URL: https://github.com/dyuk108/brightstar_dataset.
- [3] Hoffleit D., Warren Jr. W. H. Bright Star Catalog, 5th Revised Edition (Preliminary Version) / HEASARC, NASA Goddard Space Flight Center. 1991. URL: <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/W3Browse/star-catalog/bsc5p.html>.
- [4] European Space Agency. The Hipparcos and Tycho Catalogues. Noordwijk : ESA Publications Division, 1997. (ESA Special Publication ; 1200). ISBN 92-9092-399-7. URL: <https://www.cosmos.esa.int/web/hipparcos/catalogues>.
- [5] Kostjuk N. D. HD–DM–GC–HR–HIP–Bayer–Flamsteed Cross Index / Centre de Données astronomiques de Strasbourg. 2002. URL: <https://cdsarc.cds.unistra.fr/viz-bin/cat/IV/27A>.
- [6] Davenhall A. C., Leggett S. K. Catalogue of Constellation Boundary Data / Royal Observatory Edinburgh; Centre de Données astronomiques de Strasbourg. 1989. URL: <https://cdsarc.cds.unistra.fr/viz-bin/ReadMe/VI/49>.
- [7] Клыков Д. Ю. Преобразование эффективной температуры звёзд Teff в цвет RGB : Репозиторий GitHub. URL: https://github.com/dyuk108/star_colors.
- [8] The PASTEL Catalogue: 2016 Version / C. Soubiran [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 2016. Т. 591. DOI: 10.1051/0004-6361/201628497.
- [9] Клыков Д. Ю. Скрипт для создания векторных карт звёздного неба : Репозиторий GitHub. URL: https://github.com/dyuk108/draw_skymap.

Астрономическое образование, 2026. Материал предоставлен на условиях лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (С указанием авторства — С сохранением условий). Разрешено свободно делиться (обмениваться) — копировать и распространять материал на любом носителе и в любом формате в любых целях, включая коммерческие; адаптировать (создавать производные материалы) — делать ремиксы, видоизменять и создавать новое, опираясь на этот материал в любых целях, включая коммерческие; при условии обеспечения соответствующего указания авторства, предоставления ссылки на лицензию и обозначения изменений, если таковые были сделаны. Производные материалы должны распространяться на таких же условиях.

Двуликий Янус. О движении Януса и Эпиметей

Н. Е. Кондратьев^{*1,2}

¹Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга

²Институт астрономии РАН



Астрономическое
образование

2026, № 2

Аннотация

Решение олимпиадной задачи часто строится вокруг одной или нескольких ключевых идей, без которых дальнейшие вычисления невозможны. В статье разобрана задача 11.6 заключительного этапа Всероссийской олимпиады школьников по астрономии 2026 года о движении спутников Сатурна Януса и Эпиметей. Представлены несколько способов оценки больших полуосей и периодов обращения спутников, а также минимального расстояния между ними: разложение по малому параметру, бинарный поиск, прямое интегрирование сил и применение законов сохранения в инерциальной и неинерциальной системах отсчёта. Показано, какие приближения позволяют считать орбиты почти совпадающими и почему при оценке сближения нельзя пренебрегать влиянием Сатурна. Сопоставление решений демонстрирует роль проверки порядков величин и области применимости выбранной физической модели.

Астрономические этюды

Ключевые слова:

олимпиадные задачи, небесная механика, соорбитальные спутники, законы сохранения, приближённые вычисления

Сокращения:

ВсОШ — Всероссийская олимпиада школьников; ЗСЭ — закон сохранения энергии; ЗСМИ — закон сохранения момента импульса; ИСО — инерциальная система отсчёта; НИСО — неинерциальная система отсчёта; IOAA — International Olympiad on Astronomy and Astrophysics

В статье рассматривается задача 11.6 заключительного этапа ВсОШ по астрономии 2026 года [1].

*rjkz2792009@rambler.ru

1. Условие задачи

Вокруг Сатурна по круговым орбитам, расположенным в одной плоскости, обращаются два спутника — Янус и Эпиметей. Расстояние между орбитами этих спутников составляет всего около 50 км. Раз в 4 года вследствие взаимного гравитационного взаимодействия спутники меняются орбитами: внутренний становится внешним, а внешний — внутренним.

А. Оцените большие полуоси орбит и периоды обращения спутников.

В. Оцените минимально возможное расстояние $l_{\min}$ между спутниками.

Массы Сатурна, Януса и Эпиметей равны $5.7 \cdot 10^{26}$ кг, $1.9 \cdot 10^{18}$ кг и $5.3 \cdot 10^{17}$ кг соответственно. Можно считать, что во время взаимодействия орбиты обоих спутников остаются круговыми.

2. Характеристики орбит спутников

Ключевые идеи. Заметим, что 50 км — это *очень* мало. Большие полуоси орбит спутников не могут быть меньше радиуса Сатурна, равного $6 \cdot 10^4$ км. Эта величина значительно больше 50 км, поэтому параметры орбит спутников различаются очень мало. При определении больших полуосей и периодов обращения различием орбит с учётом точности вычислений можно пренебречь.

Можно заметить, что каждые 4 года спутники меняются орбитами, то есть каждые 4 года они подходят близко друг к другу. Это значит, что синодический период спутников примерно равен 4 годам, причём спутники движутся в одну и ту же сторону. Почему они не могут двигаться в противоположных направлениях? При движении навстречу друг другу спутники неизбежно столкнутся, так как их размеры заведомо больше расстояния между их орбитами (подробнее см. в разд. 3).

Поступило в редакцию	19.06.2026
После доработки	17.07.2026
В печать	24.07.2026
Опубликовано	12.08.2026

ISSN 3033-7917
journal.astroedu.ru

2.1. Операции с малыми числами

Пусть период обращения и большая полуось орбиты одного спутника равны T и a , а второго – $(T + \Delta T)$ и $(a + \Delta a)$ соответственно. По условию $\Delta a = 50$ км.

Из третьего закона Кеплера

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{a^3}{GM_S}, \quad (1)$$

$$\frac{(T + \Delta T)^2}{4\pi^2} = \frac{(a + \Delta a)^3}{GM_S}, \quad (2)$$

где M_S – масса Сатурна.

Воспользуемся малостью Δa и ΔT и применим формулу приближённых вычислений $(1 + x)^n \approx 1 + nx$:

$$\begin{aligned} \frac{T^2 \left(1 + 2\frac{\Delta T}{T}\right)}{4\pi^2} &= \frac{a^3 \left(1 + 3\frac{\Delta a}{a}\right)}{GM_S}, \\ 2 \cdot \frac{\Delta T}{T} &= 3 \cdot \frac{\Delta a}{a}. \end{aligned} \quad (3)$$

Свяжем синодический период с сидерическими периодами спутников. Воспользуемся той же формулой для малого x при $n = -1$:

$$\frac{1}{T_{\text{син}}} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T + \Delta T} \approx \frac{1}{T} - \frac{1}{T} \left(1 - \frac{\Delta T}{T}\right) = \frac{\Delta T}{T^2}. \quad (4)$$

Теперь можно выразить a через Δa и $T_{\text{син}}$:

$$\begin{aligned} T_{\text{син}} &= T \cdot \frac{T}{\Delta T} = T \cdot \frac{2a}{3\Delta a} = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_S}} \cdot \frac{2a}{3\Delta a}, \\ a^5 &= \frac{9}{4} \cdot GM_S \cdot (\Delta a)^2 \cdot \left(\frac{T_{\text{син}}}{2\pi}\right)^2. \end{aligned} \quad (5)$$

После подстановки получаем величину большой полуоси $a \approx 154$ тыс. км, что соответствует сидерическому периоду

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_S}} = 0.7 \text{ сут.} \quad (6)$$

2.2. Подбор и метод бинарного поиска

Можно также заметить, что при увеличении большой полуоси орбит спутников и сохранении разности радиусов в 50 км сидерический и синодический периоды монотонно растут. Тогда искомую большую полуось можно найти методом бинарного поиска (рис. 1): сначала подберём два значения, при которых синодический период соответственно меньше и больше 4 земных лет, а затем будем уточнять результат делением отрезка пополам.

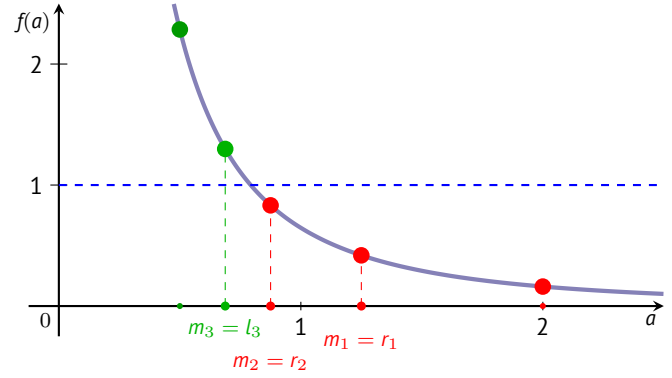


Рис. 1. Применение метода бинарного поиска для решения уравнения $f(a) = 1$, $f(a)$ – строго монотонно убывающая на рассматриваемом отрезке функция. На первых двух итерациях меняется правая граница отрезка, на третьей – левая

В качестве начальных граничных значений можно использовать радиус Сатурна (радиусы орбит спутников не могут быть меньше него) и радиус сферы Хилла Сатурна (на больших расстояниях спутники не были бы гравитационно связаны с Сатурном). Можно выбрать и физически нереалистичные малую и большую границы: они нужны только для начала поиска, если искомое значение заведомо лежит между ними.

Синодический период по известным большим полуосям можно найти, подставив (1) и (2) в (4):

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_{\text{син}}} &= \frac{1}{T} - \frac{1}{T + \Delta T} = \\ &= \frac{\sqrt{GM_S}}{2\pi} \left(\frac{1}{a^{3/2}} - \frac{1}{(a + \Delta a)^{3/2}} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Получаем приведённую в табл. 1 последовательность приближений, сходящуюся к уже известному ответу.

Таблица 1. Пример последовательности значений больших полуосей орбит, приближающихся к искомому значению методом бинарного поиска

a , тыс. км	$T_{\text{син}}$, лет
60	0.38
1000	431
530	88
295	20
177.5	5.7
118.8	2.1
148.1	3.6
162.8	4.6
155.5	4.1

Этот метод чувствителен к ошибкам округления: при $\Delta a/a \lesssim 10^{-12}$ точности обычного инженерного калькулятора заведомо не хватило бы, чтобы по формуле (7) получить $1/T_{\text{син}} \neq 0$.

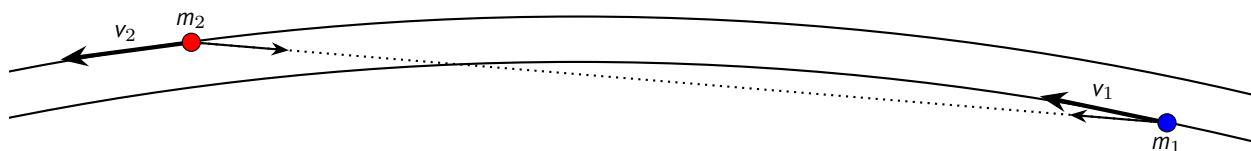


Рис. 2. Гравитационное взаимодействие спутников, движущихся по близким орбитам. Силы взаимного притяжения спутников практически параллельны скоростям, поэтому составляющей силы, перпендикулярной скорости, можно пренебречь

3. Сближение спутников и обмен орбитами

Ключевые идеи. Снова заметим, что 50 км — это очень мало. Оценим характерный линейный размер каждого спутника по его массе, приняв плотность равной 1000 кг/м^3 :

$$\sqrt[3]{\frac{10^{18} \text{ кг}}{1000 \text{ кг/м}^3}} \sim 10^2 \text{ км.} \quad (8)$$

Спутники не могут регулярно сближаться на расстояние, сравнимое с их размерами: даже небольшие возмущения орбит в таком случае могли бы привести к столкновению. Таким образом, $\Delta a \ll l_{\min}$, и мы снова можем считать, что тела движутся практически по одной орбите. Более того, тела можно считать точечными, то есть пренебречь их размерами и формой.

С другой стороны, массы самих спутников невелики, и существенное изменение больших полуосей их орбит происходит только во время сближения. Будем считать, что за пределами некоторого $l_{\max} \ll a$ Янус и Эпиметей не взаимодействуют друг с другом. Поскольку взаимодействие существенно лишь на участке длиной порядка $l_{\max} \ll a$, кривизной орбиты на этом участке можно пренебречь.

Следовательно, большие полуоси орбит изменяются только за счёт изменения модуля скоростей спутников, но не их направления. Так как орбиты считаются круговыми, в каждый момент времени скорости остаются направленными перпендикулярно направлению на Сатурн. Кроме того, сохранение круговой формы орбит означает, что взаимодействие между спутниками длится несколько сотен сидерических периодов. Поэтому влиянием Сатурна пренебрегать нельзя.

Это также объясняет, почему спутники должны вращаться в одном направлении. При движении в противоположных направлениях взаимодействие происходит на масштабах времени, существенно меньших одного сидерического периода, поэтому сохранение круговой формы орбит невозможно.

На рис. 2 показаны направления скоростей и сил взаимного притяжения спутников.

3.1. Непосредственное интегрирование

Это наиболее прямой способ, требующий понимания механизма взаимодействия спутников.

Используется известный факт: увеличение полной энергии тела на круговой орбите переводит его на более высокую круговую орбиту, где орбитальная скорость меньше, и наоборот. Действительно, для круговой орбиты $E_{\text{пот}} = -2E_{\text{кин}}$ (на бесконечности $E_{\text{пот}} = 0$), а потому полная энергия $E = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} = -E_{\text{кин}}$. Тогда увеличение полной энергии приводит к уменьшению кинетической энергии: $dE = -dE_{\text{кин}}$.

Изменение энергии равно работе сил гравитационного притяжения между двумя телами. Тогда

$$dE = F \cdot dl \cdot \cos \Delta\theta = F \cdot v \, dt \cdot \cos \Delta\theta = -d\left(\frac{m}{2}v^2\right) = -mv \, dv, \quad (9)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{F}{m} \cdot \cos \Delta\theta. \quad (10)$$

Здесь $\Delta\theta$ — угол между скоростью тела и направлением силы притяжения к другому спутнику. В случае совпадающих орбит по теореме об угле между касательной и хордой он равен половине угла $\Delta\varphi$ между направлениями из центра Сатурна на два рассматриваемых спутника.

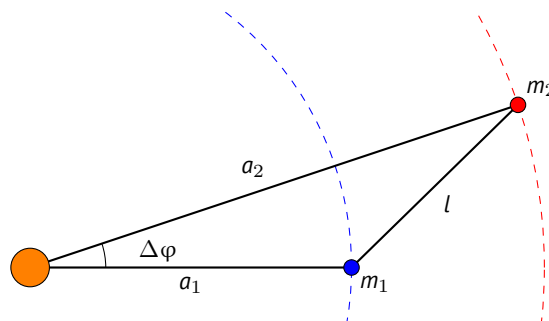


Рис. 3. Определение расстояния между спутниками.

Тот же результат можно получить, рассматривая изменение кинетической энергии с учётом работы силы притяжения Сатурна.

Пусть текущие координаты спутников в полярной системе координат равны (a_1, φ_1) и (a_2, φ_2) соответ-

ственно. Будем считать, что $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ мал. Тогда по теореме косинусов расстояние между спутниками равно

$$l = \sqrt{(a_2 \cos \Delta\varphi - a_1)^2 + (a_2 \sin \Delta\varphi)^2} \approx \sqrt{(a_2 - a_1)^2 + (a_2 \Delta\varphi)^2}. \quad (11)$$

При этом $(a_2 - a_1) \leq \Delta a \ll l_{\min}$, из чего следует, что

$$l \approx a \Delta\varphi. \quad (12)$$

Пусть линейная скорость, угловая скорость и масса одного из спутников равны v_1 , ω_1 и m_1 , линейная скорость и масса другого – v_2 , ω_2 и m_2 соответственно. Расстояние между спутниками – l . В начальный момент времени большие полуоси орбит спутников равны $a_{10} = a$ и $a_{20} = a + \Delta a$ соответственно, при этом $\omega_{10} > \omega_{20}$, то есть первый спутник догоняет второй.

Под действием гравитационных сил скорости тел изменяются:

$$\frac{dv_1}{dt} = -\frac{1}{m_1} \cdot \frac{Gm_1m_2}{l^2}, \quad (13)$$

$$\frac{dv_2}{dt} = -\frac{1}{m_2} \cdot \left(-\frac{Gm_1m_2}{l^2} \right), \quad (14)$$

$$\frac{dl}{dt} = a \frac{d\Delta\varphi}{dt} = a(-\omega_1 + \omega_2). \quad (15)$$

Формулы (13)–(14) получены из (10) подстановкой $\cos \Delta\theta = 1$, так как мы считаем $\Delta\theta = \frac{\Delta\varphi}{2}$ малым. Формула (15) получена дифференцированием (12) по времени.

Свяжем разности линейных и угловых скоростей с разностью больших полуосей орбит. Положим $a_1 = a + \Delta a_1$, $a_2 = a + \Delta a_2$ и обозначим $a_2 - a_1 = \Delta a_2 - \Delta a_1$ через δa . Тогда

$$\begin{aligned} v_1 - v_2 &= \sqrt{\frac{GM_S}{a_1}} - \sqrt{\frac{GM_S}{a_2}} \approx \\ &\approx \sqrt{\frac{GM_S}{a} \left(1 - \frac{\Delta a_1}{a} \right)} - \sqrt{\frac{GM_S}{a} \left(1 - \frac{\Delta a_2}{a} \right)} \approx \\ &\approx \sqrt{\frac{GM_S}{a} \left(1 - \frac{\Delta a_1}{2a} - 1 + \frac{\Delta a_2}{2a} \right)} = v_{10} \cdot \frac{\delta a}{2a}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \omega_1 - \omega_2 &= \sqrt{\frac{GM_S}{a_1^3}} - \sqrt{\frac{GM_S}{a_2^3}} \approx \\ &\approx \sqrt{\frac{GM_S}{a^3} \left(1 - \frac{3\Delta a_1}{a} \right)} - \sqrt{\frac{GM_S}{a^3} \left(1 - \frac{3\Delta a_2}{a} \right)} \approx \\ &\approx \sqrt{\frac{GM_S}{a^3} \left(1 - \frac{3\Delta a_1}{2a} - 1 + \frac{3\Delta a_2}{2a} \right)} = \omega_{10} \cdot \frac{3\delta a}{2a}. \end{aligned} \quad (17)$$

Тогда получим, что

$$\frac{dl}{dt} = -a\omega_{10} \cdot \frac{3\delta a}{2a} = \frac{3}{2}v_{10} \cdot 2 \frac{v_2 - v_1}{v_{10}} = 3(v_2 - v_1). \quad (18)$$

Обозначим $v_2 - v_1$ через δv , тогда

$$\frac{d\delta v}{dt} = \frac{G(m_1 + m_2)}{l^2}, \quad (19)$$

$$\frac{dl}{dt} = 3\delta v. \quad (20)$$

Перемножим эти два уравнения и получим

$$\begin{aligned} 3\delta v \cdot \frac{d\delta v}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{3(\delta v)^2}{2} \right) = \\ &= \frac{G(m_1 + m_2)}{l^2} \cdot \frac{dl}{dt} = \frac{d}{dt} \left(-\frac{G(m_1 + m_2)}{l} \right), \end{aligned} \quad (21)$$

то есть следующий закон сохранения:

$$3(\delta v)^2 + \frac{2G(m_1 + m_2)}{l} = \text{const}. \quad (22)$$

Записывая его для двух состояний – при $l \rightarrow \infty$ (без взаимодействия) и при $\delta v = 0$, – получим

$$\frac{2G(m_1 + m_2)}{l_{\min}} = 3(\delta v_{\infty})^2, \quad (23)$$

где $\delta v_{\infty} = v_{20} - v_{10}$, то есть

$$|\delta v_{\infty}| = v_{10} \cdot \frac{\Delta a}{2a} = \frac{2\pi a}{T} \cdot \frac{\Delta a}{2a} = \pi \cdot \frac{\Delta a}{T}. \quad (24)$$

Окончательно получаем:

$$\begin{aligned} l_{\min} &= \frac{2G(m_1 + m_2)}{3(\delta v_{\infty})^2} = \\ &= \boxed{\frac{2G(m_1 + m_2)T^2}{3\pi^2(\Delta a)^2}} = 15.8 \text{ тыс. км.} \end{aligned} \quad (25)$$

Спутники не «обмениваются» орбитами в буквальном смысле: более массивный спутник перемещается на меньшее расстояние, чем менее массивный. Однако после окончания взаимодействия расстояние между орбитами оказывается таким же, каким было до взаимодействия (рис. 4). Последний обмен орбитами произошёл в начале 2026 года, при этом Янус из «внутреннего» спутника снова стал «внешним».

3.2. ЗСЭ в НИСО

В данном способе решения не требуется подробно разбирать движение спутников относительно друг друга, однако необходимо знать формулы разложения до второго порядка малости.

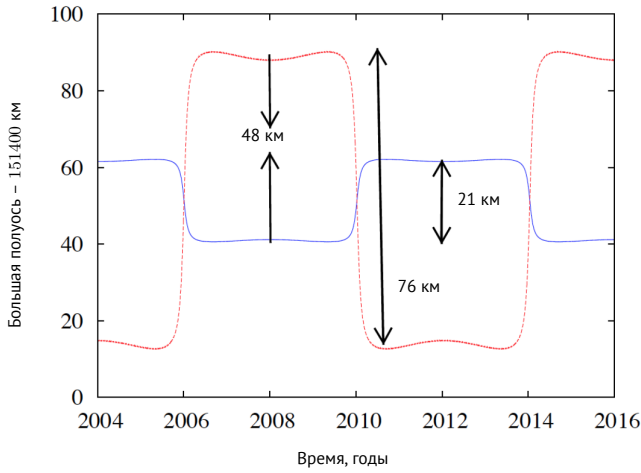


Рис. 4. Изменение больших полуосей спутников со временем [2]. Синяя кривая соответствует Янусу, красная — Эпиметею. Янус изменяет свою большую полуось на 21 км, а Эпиметей — на 76 км. Средняя по времени большая полуось орбиты спутников равна 151 451.6 км

Определим, какие законы сохранения действуют в системе, образованной двумя спутниками, движущимися в центральном гравитационном поле Сатурна. Из-за взаимодействия с Сатурном суммарный импульс спутников не сохраняется. Зато сохраняются суммарная энергия с учётом гравитационной энергии в поле Сатурна, поскольку отсутствуют диссипативные силы, и суммарный момент импульса относительно центра Сатурна, поскольку гравитационные силы являются либо центральными (притяжение спутников к Сатурну), либо внутренними (притяжение спутников друг к другу).

Рассмотрим систему отсчёта, вращающуюся вокруг центра Сатурна с постоянной угловой скоростью ω , соответствующей угловой скорости движения по некоторой круговой орбите радиуса R :

$$\omega^2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{GM_S}{R^3}. \quad (26)$$

Пусть спутник $i \in \{1, 2\}$ массой m_i находится в данный момент на расстоянии r_i от центра Сатурна, при этом будем считать, что $r_i - R \equiv x_i \ll R$. Пусть спутник с номером 1 изначально был внутренним, то есть $x_{10} < x_{20}$.

Линейная скорость спутника во вращающейся системе отсчёта равна

$$\begin{aligned} u_i &= \sqrt{\frac{GM_S}{r_i}} - \omega r_i = \sqrt{\frac{GM_S}{R + x_i}} - \omega(R + x_i) \approx \\ &\approx \sqrt{\frac{GM_S}{R^3}} \cdot R \left(1 - \frac{x_i}{2R}\right) - \omega(R + x_i) = -\frac{3}{2}\omega x_i. \end{aligned} \quad (27)$$

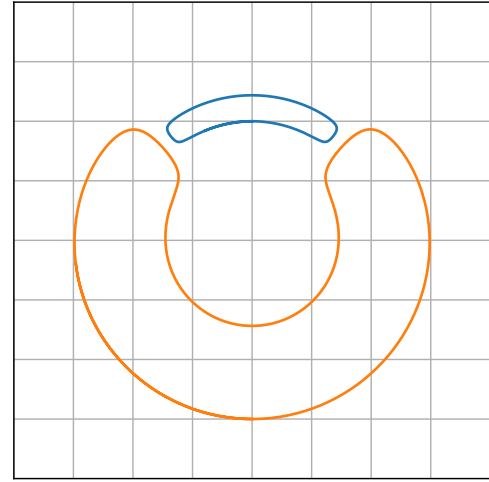


Рис. 5. Траектории спутников во вращающейся системе отсчёта (качественно). Для наглядности масштаб в радиальном направлении увеличен. Синяя кривая соответствует Янусу, оранжевая — Эпиметею

Запишем закон сохранения момента импульса. Поскольку орбиты считаются круговыми, инерциальная скорость спутника и переносная скорость вращающейся системы направлены по касательной к орбите. Поэтому их разность — скорость спутника во вращающейся системе отсчёта — также перпендикулярна радиус-вектору, проведённому из центра Сатурна:

$$L_i = m_i r_i u_i \approx -\frac{3}{2} m_i R \omega x_i. \quad (28)$$

ЗСМИ принимает вид

$$L_1 + L_2 = -\frac{3}{2} R \omega (m_1 x_1 + m_2 x_2) = \text{const}, \quad (29)$$

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 = \text{const}. \quad (30)$$

В некоторый момент взаимодействия спутники оказываются на одной и той же орбите, $x_1 = x_2$. Выберем ω и, соответственно, R так, чтобы в этот момент $x_1 = x_2 = 0$. Тогда вдали друг от друга, когда $x_2 - x_1 = \Delta a$, выполняются равенства

$$x_{10} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} \Delta a, \quad (31)$$

$$x_{20} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \Delta a. \quad (32)$$

На рис. 5 представлены траектории спутников в этой вращающейся системе отсчёта.

Теперь получим выражение для закона сохранения энергии. Запишем эффективную потенциальную энергию спутника во вращающейся системе отсчёта:

$$\begin{aligned}
U_i &= -\frac{GM_S m_i}{r_i} - \frac{m_i}{2} \omega^2 r_i^2 = -\frac{GM_S m_i}{R + x_i} - \frac{m_i}{2} \omega^2 (R + x_i)^2 \approx \\
&\approx -\frac{GM_S m_i}{R} \left(1 - \frac{x_i}{R} + \frac{x_i^2}{R^2}\right) - \frac{m_i}{2} \omega^2 R^2 \left(1 + 2\frac{x_i}{R} + \frac{x_i^2}{R^2}\right) \approx \\
&\approx U_{0i} + m_i R \left(\frac{GM_S}{R^3} - \omega^2\right) x_i - \left(\frac{GM_S m_i}{R^3} + \frac{m_i}{2} \omega^2\right) x_i^2,
\end{aligned} \quad (33)$$

где

$$U_{0i} = -\frac{GM_S m_i}{R} - \frac{m_i}{2} \omega^2 R^2 = \text{const}, \quad (34)$$

$$\frac{GM_S}{R^3} - \omega^2 = 0, \quad (35)$$

$$\frac{GM_S m_i}{R^3} + \frac{m_i}{2} \omega^2 = \frac{3}{2} m_i \omega^2. \quad (36)$$

То есть

$$U_i \approx U_{0i} - \frac{3}{2} m_i \omega^2 x_i^2, \quad (37)$$

и ЗСЭ принимает вид

$$\begin{aligned}
E_1 + E_2 + E_{12} &\approx \frac{m_1}{2} u_1^2 + U_{01} - \frac{3}{2} m_1 \omega^2 x_1^2 + \\
&+ \frac{m_2}{2} u_2^2 + U_{02} - \frac{3}{2} m_2 \omega^2 x_2^2 - \\
&- \frac{Gm_1 m_2}{l} = \text{const},
\end{aligned} \quad (38)$$

После подстановки выражений для линейных скоростей (27) имеем

$$\frac{3}{8} \omega^2 (m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2) + \frac{Gm_1 m_2}{l} = \text{const}. \quad (39)$$

Выражение в скобках слева всегда неотрицательно, причём равенство достигается только при $x_1 = x_2 = 0$, когда спутники находятся в точности на одной и той же орбите. Значит, именно в этот момент расстояние между спутниками наименьшее. Этот же вывод можно получить из более общих соображений, например из того факта, что в этот момент $\Delta\varphi$ достигает минимума.

Когда спутники находятся далеко друг от друга, их взаимодействием можно пренебречь и положить $Gm_1 m_2 / l \approx 0$. Приравняем значения энергии для двух состояний: когда спутники находятся далеко друг от друга и когда они движутся по общей орбите. Получим

$$\begin{aligned}
\frac{3}{8} \omega^2 (m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2) \frac{(\Delta a)^2}{(m_1 + m_2)^2} &= \\
= \frac{3}{8} \omega^2 m_1 m_2 \frac{(\Delta a)^2}{m_1 + m_2} &= \frac{Gm_1 m_2}{l_{\min}},
\end{aligned} \quad (40)$$

$$l_{\min} = \frac{8G(m_1 + m_2)}{3\omega^2 (\Delta a)^2} = \boxed{\frac{2G(m_1 + m_2) T^2}{3\pi^2 (\Delta a)^2}}. \quad (41)$$

3.3. ЗСЭ в ИСО

При рассмотрении движения в инерциальной системе отсчёта решение похоже на изложенное в предыдущем подразделе. Исходные формулы здесь проще, но требуется учитывать ЗСМИ до второго порядка малости. Кроме того, здесь следует *очень внимательно* следить за порядками, чтобы ничего не потерять.

В некоторый момент спутники оказываются на одной и той же орбите. Обозначим радиус этой орбиты через R , а расстояния от центра Сатурна до спутников в произвольный момент времени запишем как $r_i = R + x_i$, где $x_i \ll R$. В тот момент, когда спутники оказываются на одной орбите, $x_1 = x_2 = 0$.

Так как направление скорости всегда перпендикулярно радиус-вектору спутника из центра Сатурна,

$$\begin{aligned}
L_i &= m_i r_i v_i = m_i \sqrt{GM_S r_i} \approx \\
&\approx m_i \sqrt{GM_S R} \left(1 + \frac{x_i}{2R} - \frac{x_i^2}{8R^2}\right),
\end{aligned} \quad (42)$$

и ЗСМИ принимает вид

$$\begin{aligned}
\frac{L_1 + L_2}{\sqrt{GM_S R}} &= \\
&= (m_1 + m_2) + \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{2R} - \frac{m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2}{8R^2} = \\
&= \text{const}.
\end{aligned} \quad (43)$$

В момент, когда спутники находятся на одной орбите, $x_1 = x_2 = 0$, поэтому

$$m_1 + m_2 + \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{2R} - \frac{m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2}{8R^2} = m_1 + m_2, \quad (44)$$

а в любой момент времени

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 = \frac{m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2}{4R}. \quad (45)$$

Теперь запишем ЗСЭ. Энергия i -го спутника на круговой орбите равна

$$E_i = -\frac{GM_S m_i}{2r_i} \approx -\frac{GM_S m_i}{2R} \left(1 - \frac{x_i}{R} + \frac{x_i^2}{R^2}\right), \quad (46)$$

$$\begin{aligned}
E_1 + E_2 + E_{12} &= \\
&= -\frac{GM_S}{2R} \left((m_1 + m_2) - \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{R} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2}{R^2} \right) - \frac{Gm_1 m_2}{l} = \text{const},
\end{aligned} \quad (47)$$

$$\frac{3GM_S}{8R^3} (m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2) + \frac{Gm_1 m_2}{l} = \text{const}. \quad (48)$$

Как и ранее, приходим к выводу, что выражение в скобках слева всегда неотрицательно и минимальное расстояние между спутниками достигается на общей круговой орбите. Так как в (48) x_1 и x_2 входят только во второй степени, при установлении их связи с Δa можно ограничиться первым порядком малости. Именно поэтому при подстановке (45) в (47) необходимо сохранить члены, содержащие квадраты x_1 и x_2 .

Как и ранее,

$$x_{10} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} \Delta a, \quad (49)$$

$$x_{20} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \Delta a. \quad (50)$$

Приравнявая значения энергии в два момента времени — на общей круговой орбите и на удалении спутников друг от друга, — получим

$$\begin{aligned} \frac{3GM_S}{8R^3} (m_1 m_2^2 + m_2 m_1^2) \frac{(\Delta a)^2}{(m_1 + m_2)^2} = \\ = \frac{3GM_S}{8R^3} m_1 m_2 \frac{(\Delta a)^2}{m_1 + m_2} = \frac{Gm_1 m_2}{l_{\min}}, \end{aligned} \quad (51)$$

$$l_{\min} = \frac{8G(m_1 + m_2)}{3\omega^2(\Delta a)^2} = \boxed{\frac{2G(m_1 + m_2)T^2}{3\pi^2(\Delta a)^2}}. \quad (52)$$

Замечание. Может показаться, что разложения по малому параметру можно избежать, если использовать точные выражения для энергии спутников:

$$\frac{Gm_1 m_2}{l_{\min}} = \frac{GM_S m_1}{2(R + x_{10})} + \frac{GM_S m_2}{2(R + x_{20})} - \frac{GM_S(m_1 + m_2)}{2R}. \quad (53)$$

Однако значения x_{10} и x_{20} , определённые по формулам (49) и (50), получены из ЗСМИ только в первом порядке малости. Их подстановка в точное выражение для энергии непоследовательна и приводит к неверному ответу: 12 тыс. км, то есть 3/4 верной величины. Для корректного расчёта разложения ЗСМИ до первого порядка недостаточно.

4. Заключение

Задача изначально задумывалась как упражнение на работу с малыми величинами. Однако для решения второй части задачи необходимо понять, что спутники очень медленно обмениваются энергией. В качестве подсказки в условие было добавлено последнее предложение: сохранение круговых орбит возможно только в процессах, происходящих на протяжении многих орбитальных периодов.

Многие участники олимпиады пытались решить задачу, рассматривая гравитационный манёвр одного спутника относительно другого, полностью пренебрегая влиянием Сатурна и получая ответы порядка 5 км. Такое взаимодействие теоретически возможно, но противоречит условию, поскольку при нём круговые орбиты не сохраняются. Кроме того, оно приводит к физически нереалистичному ответу: минимальное расстояние между спутниками оказывается меньше их размеров, хотя взаимодействие периодически повторяется и такая конфигурация должна сохраняться длительное время.

Представленная задача иллюстрирует необходимость внимательно анализировать условие и соотносить сформулированные в нём допущения с их физическими следствиями. Полезно также проводить дополнительные оценки параметров. Хотя определять размеры спутников не требовалось, простейшая оценка сразу показала минимальный возможный порядок ответа.

Список литературы

- [1] Кондратьев Н. Е. 11 класс, задача № 6 // Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Заключительный этап. 2026. URL: <https://vos.astroedu.ru>.
- [2] How Janus' Orbital Swap Affects the Edge of Saturn's A Ring? / M. El Moutamid [и др.] // Icarus. 2016. Ноябрь. Т. 279. С. 125–140. ISSN 0019-1035. DOI: 10.1016/j.icarus.2015.10.025.
- [3] Theoretical Competition : Problem 12. Co-orbital Satellites // International Olympiad on Astronomy and Astrophysics. 2022. URL: <https://ioaastrophysics.org>.

Приложение А. Ещё одна задача по теме

Дополнение от редактора. Приводим перевод задачи, предложенной на Международной олимпиаде по астрономии и астрофизике (IOAA) 2022 года [3].

Условие задачи. В этой задаче применяется метод определения масс двух коорбитальных (*co-orbital*) спутников, движущихся по близким орбитам, разработанный Дермоттом и Мюрреем в 1981 году.

Пусть два малых спутника массами m_1 и m_2 движутся вокруг массивного центрального тела массой M по близким орбитам. В каждый момент орбиты спутников можно приближённо считать круговыми кеплеровскими орбитами с радиусами r_1 и r_2 соответственно, хотя вследствие гравитационного взаимодействия спутников эти радиусы со временем немного изменяются.

На рис. 6 схематически показаны орбиты во вращающейся системе отсчёта с началом в центральном теле, выбранной так, что суммарный момент импульса двух спутников в этой системе равен нулю.

Через θ обозначен угол $\angle m_1 M m_2$, через R – средний радиус орбит, а через x_1 и x_2 – радиальные отклонения спутников. Все ответы в этой задаче следует записывать в инерциальной системе отсчёта.

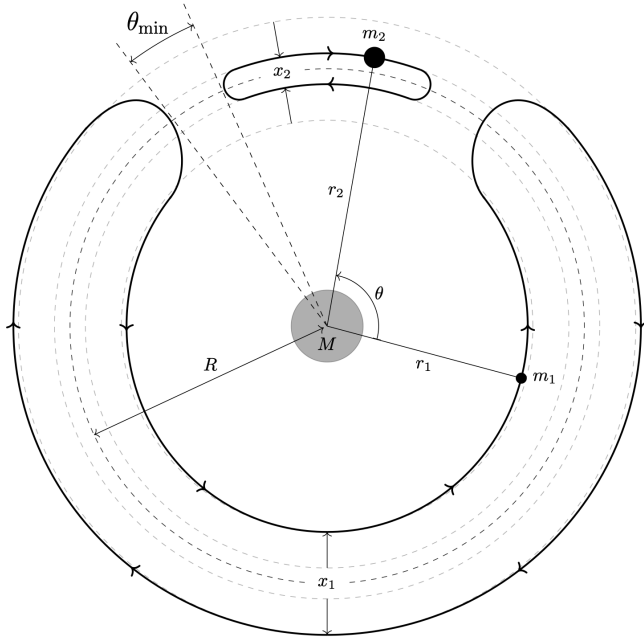


Рис. 6. Схематическое изображение орбит во вращающейся системе отсчёта

Сначала определим отношение m_1/m_2 .

- Запишите момент импульса L_i спутника массой m_i , движущегося по круговой орбите радиуса r_i .
- Суммарный момент импульса спутников $L_1 + L_2$ сохраняется. Пусть $x_1, x_2 \ll R$ – расстояния, показанные на рис. 6. Найдите простую связь между отношениями m_1/m_2 и x_1/x_2 .

Теперь определим сумму масс $m_1 + m_2$. В следующих пунктах будем использовать истинный барицентр системы, который может не совпадать с центром планеты.

- Моменты импульса спутников массами m_1 и m_2 изменяются со временем вследствие их гравитационного взаимодействия. Покажите, что скорость изменения момента импульса второго спутника приближённо равна

$$\frac{\Delta L_2}{\Delta t} \approx -\frac{G m_1 m_2}{R} \cdot h(\theta), \quad (54)$$

где

$$h(\theta) = \frac{\cos(\theta/2)}{4 \sin^2(\theta/2)} - \sin \theta. \quad (55)$$

- Покажите, что величина $s = r_2 - r_1$ удовлетворяет соотношению

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} \approx -2\sqrt{\frac{G}{MR}} (m_1 + m_2) \cdot h(\theta). \quad (56)$$

- Для угла $\theta = \angle m_1 M m_2$, показанного на рис. 6, найдите выражение для $\Delta\theta/\Delta t$.
- Используя полученные выше результаты, найдите связь между Δs и $\Delta\theta$.

После интегрирования полученного выше выражения имеем

$$\bar{x}^2 \approx \frac{4R^2}{3} \frac{m_1 + m_2}{M} \left[\frac{1}{\sin(\theta_{\min}/2)} - 2 \cos \theta_{\min} - 3 \right], \quad (57)$$

где

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}. \quad (58)$$

Эпиметей (m_1) и Янус (m_2) – два спутника Сатурна, движущихся по близким орбитам. По результатам подробных наблюдений их орбит, выполненных космическими аппаратами «Вояджер-1» и «Кассини», $R = 150\,000$ км, $x_1 = 76$ км, а $x_2 = 21$ км. Минимальное расстояние между Янусом и Эпиметеем равно 13 000 км. Масса Сатурна равна $5.7 \cdot 10^{26}$ кг.

- Оцените массы Эпиметей и Януса.

Связь с задачей, рассмотренной в статье. В обозначениях настоящей статьи $\bar{x} \approx \Delta a$, $\theta_{\min} \approx \Delta\varphi_{\min}$. Если учесть, что $\Delta\varphi_{\min}$ мал, и принять $l_{\min} \approx R\Delta\varphi_{\min}$, а также

$$\frac{1}{\sin(\Delta\varphi_{\min}/2)} - 2 \cos \Delta\varphi_{\min} - 3 \approx \frac{2}{\Delta\varphi_{\min}}, \quad (59)$$

то можно заметить, что из формулы (57) непосредственно следует выражение (25) для $l_{\min}$. Некоторое различие численного результата для $l_{\min}$ и вышеприведённой величины обусловлено используемыми при решении основной задачи приближениями.

Астрономическое образование, 2026. Материал предоставлен на условиях лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (С указанием авторства – С сохранением условий). Разрешено свободно делиться (обмениваться) – копировать и распространять материал на любом носителе и в любом формате в любых целях, включая коммерческие; адаптировать (создавать производные материалы) – делать ремиксы, видоизменять и создавать новое, опираясь на этот материал в любых целях, включая коммерческие; при условии обеспечения соответствующего указания авторства, предоставления ссылки на лицензию и обозначения изменений, если таковые были сделаны. Производные материалы должны распространяться на таких же условиях.

EDUSat: образовательная платформа для изучения систем ориентации спутников



Астрономическое
образование

2026, № 2

А. Н. Ефимкин^{*1}, В. О. Глазунов², М. А. Качай³, П. В. Петров⁴

¹Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

²Школа № 179, г. Москва

³Школа «ЛЕТОВО», г. Москва

⁴Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

Аннотация

Представлена образовательная платформа EDUSat в форм-факторе CubeSat 2U, предназначенная для изучения устройства космического аппарата и алгоритмов управления его ориентацией. Описаны конструкция корпуса и маховиков, электронная подсистема на основе микроконтроллеров ESP32 и RP2040, математическое обеспечение с использованием кватернионов, а также испытательные стенды. Рассмотрены результаты испытаний прототипа с одной степенью свободы и опыт применения платформы на мастер-классах и летней практике для школьников. Предложена примерная программа занятий, объединяющая 3D-моделирование, программирование и анализ работы системы ориентации. Платформа позволяет переходить от моделирования к экспериментам с реальными датчиками и исполнительными механизмами и может служить основой для школьных и студенческих проектов. Отмечены типичные затруднения при переносе алгоритмов с модели на прототип.

Учебно-исследовательская деятельность

Ключевые слова:

CubeSat, инженерное образование, проектная деятельность, управление ориентацией космического аппарата, кватернионы, натурный эксперимент

Сокращения:

ФКИ — факультет космических исследований; МГУ — Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова; ПИД — пропорционально-интегрально-дифференцирующий (регулятор)

*s24d_Efimkin@179.ru

1. Введение

Исследование космоса — важное направление современной науки, объединяющее многие дисциплины: астрономию, математику, физику, программирование и другие. Во многих вузах и школах даётся хорошая теоретическая база, однако космические исследования требуют междисциплинарного подхода, тогда как в образовательных учреждениях названные дисциплины изучаются отдельно, а астрономия может отсутствовать вовсе.

Для решения этой проблемы был разработан образовательный набор, который позволяет построить учебную программу сразу по нескольким направлениям. Особенность реализации заключается в том, что в процессе создания набора участники проекта осваивали те же темы, которые в дальнейшем предстоит изучать школьникам. Студенты также получают ценный опыт: не все они занимаются созданием спутников, но многие участвуют в разработке полезной нагрузки, для чего необходимо понимать устройство космического аппарата и принципы его работы.

2. Описание проекта

Актуальность. Идея создания образовательных наборов не нова. Существует ряд аналогов, ориентированных на космическую тематику, — наиболее известные из них: «Орбикрафт 3D», Juni, XOrbiX, «Интросат» и другие. Они различаются по уровню сложности, однако предназначены преимущественно для обучения инженерии. Существующие наборы позволяют реализовывать различные алгоритмы и осваивать инженерные навыки, однако получение наглядного результата часто затруднено.

Поступило в редакцию	24.02.2026
После доработки	14.06.2026
В печать	04.07.2026
Опубликовано	12.08.2026

ISSN 3033-7917
journal.astroedu.ru

Проект EDUSat изначально создаётся с ориентацией на визуализацию сложных явлений. Другая важная особенность — доступность. EDUSat задуман как доступная платформа для проведения экспериментов и разработки проектов, в том числе индивидуальных.

Концепция. В первой версии реализуется система ориентации и стабилизации с возможностью подключения различной полезной нагрузки. Эта подсистема выбрана в первую очередь потому, что позволяет использовать значительный объём материала по математике, физике и астрономии. Параллельно создаются минимальные версии систем электропитания и радиосвязи, которые пока остаются упрощёнными, но также могут служить основой для учебных задач.

В качестве форм-фактора выбран CubeSat 2U с габаритами (по направляющим) $100 \times 100 \times 227$ мм [1]. Это позволяет разместить внутри аккумуляторные батареи, базовую плату и блок системы ориентации, оставляя место для дополнительной полезной нагрузки. Такой размер также совместим с большинством современных 3D-принтеров, что упрощает изготовление корпусных деталей. В дальнейшем планируется создание комплекта испытательных стендов.

Основные характеристики EDUSat и упомянутых аналогов сопоставлены в табл. 1.

3. Спутник

Разработка спутника включает четыре основных направления:

- корпус и маховики;
- электроника;
- математическое обеспечение;
- испытательные стенды.

3.1. Корпус и маховики

Маховики — один из основных типов исполнительных механизмов системы управления ориентацией спутника. Конструктивно каждый из них состоит из электродвигателя с закреплённым грузом. В проекте используются бесщёточные двигатели с высоким крутящим моментом, что позволяет получать значительные угловые ускорения при относительно низком энергопотреблении. Принята схема с тремя маховиками, расположенными ортогонально друг другу; их оси вращения проходят через геометрический центр аппарата (в соответствии со спецификацией там же должен находиться центр масс).

В первой версии маховики выполнены из пластика; для увеличения момента инерции при ограниченном пространстве выбрана коническая форма. Для разных стендов можно использовать различные варианты исполнения маховиков. При испытаниях аппарата на нитевом подвесе достаточно 3D-печатных маховиков с полным заполнением. Для более тяжёлых версий разрабатывается вариант изготовления маховиков на станках с числовым программным управлением из алюминия или более плотных металлов. Для уменьшения вибраций и шума пластиковые маховики требуют балансировки (в следующей версии планируется использовать металлические заготовки), однако для простых испытаний, не требующих высокой точности, оказалось достаточно пластиковых маховиков без балансировки.

Корпус первой версии изготавливается методом 3D-печати с соблюдением спецификации CubeSat [1]. Особое внимание уделено удобству сборки: рама удерживается восемью винтами диаметром 4 мм; благодаря конструктивным особенностям обеспечиваются высокая жёсткость и устойчивость к нагрузкам, включая падения. Применение 3D-печати позволяет оперативно модифицировать отдельные узлы без необходимости полной замены конструкции. Маховики крепятся на отдельной детали, которая затем устанавливается на раму, дополнительно усиливая её.

На рис. 1 показан корпус спутника.

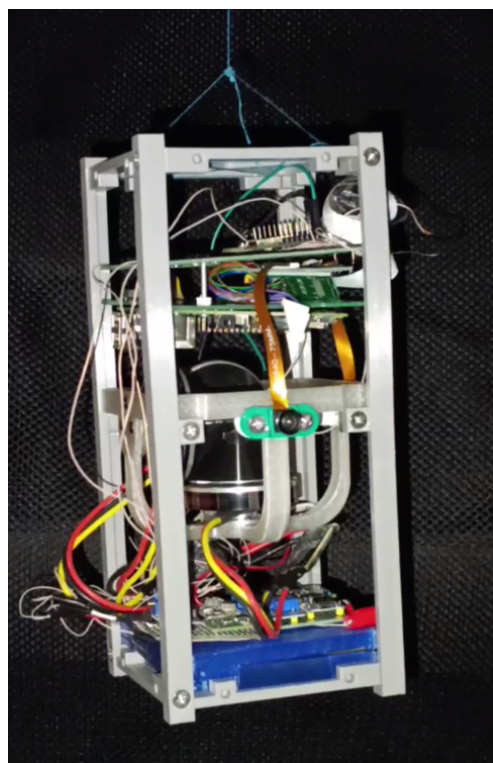


Рис. 1. Внешний вид корпуса EDUSat с расположением маховиков

Таблица 1. Сравнение образовательных платформ CubeSat

Платформа	Технические параметры	Образовательные возможности	Стоимость
Орбикрафт 3D	Готовые модули, Arduino, ограниченный набор датчиков	Базовое программирование, сборка	Высокая
Juni	Симулятор без физического аппарата	Только программное моделирование	Средняя (подписка)
XOrbiX	Набор на базе STM32, магнитометры, гироскопы	Управление ориентацией, радиосвязь	Высокая
Интросат	CubeSat 1U, фотодиоды в качестве солнечных датчиков	Простые алгоритмы ориентации	Средняя
EDUSat	CubeSat 2U, ESP32 и RP2040, камеры OV2640, гироскоп, акселерометр, магнитометр, приёмник спутниковой навигации, Bluetooth, корпус, изготовленный методом 3D-печати	Различные алгоритмы ориентации, визуализация вращения, подключение к симулятору	Низкая

3.2. Электроника

Основой электронной части является печатная плата размером 90×90 мм, на которой размещены все ключевые компоненты, необходимые для отработки функций спутника формата CubeSat (рис. 2). Вычислительная подсистема построена на двух популярных микроконтроллерах для встраиваемых систем: ESP32 поддерживает Wi-Fi и Bluetooth, а RP2040 имеет два вычислительных ядра.

ESP32 отвечает за получение и обработку данных с камеры OV2640, в том числе для определения направления на Солнце [2; 3]. Это решение является простым и недорогим, однако для расширения возможностей ориентации предусмотрена установка второй камеры, подключаемой параллельно. Каждая камера имеет отдельный сигнал включения, что позволяет опрашивать их поочерёдно и получать изображения с разных сторон аппарата. Использование камер вместо простых фотодиодов увеличивает вычислительную нагрузку и требует тщательной калибровки, что, однако, создаёт дополнительную учебную задачу и знакомит школьников с методами компьютерного зрения.

Микроконтроллер RP2040 [4] реализует основную логику управления. К нему подключены различные датчики (гироскоп, акселерометр, магнитометр), драйверы трёх бесколлекторных двигателей с датчиками тока, приёмник глобальной навигационной спутниковой системы и модуль беспроводной связи Bluetooth. Такой набор датчиков и исполнительных устройств позволяет обрабатывать широкий круг задач по ориентации и стабилизации.

Микроконтроллеры связаны между собой интерфейсами, обеспечивающими возможность перепрошивки одного контроллера с другого и обмена данными в процессе экспериментов. Спутник устанавливается на испытательный стенд, который допускает вращение по всем трём осям без ограничений. Пользователь

может загружать алгоритмы для проверки методов определения положения Солнца, стабилизации, удержания ориентации, передачи данных по радиоканалу с различными протоколами, а также для определения абсолютной ориентации в пространстве.

В качестве солнечных датчиков используются две широкоугольные камеры с частично перекрывающимися полями зрения. В каждый момент активна только одна камера, что позволяет снизить вычислительную нагрузку и избежать конфликтов на шине. Использование камер открывает возможность применения более сложных алгоритмов обработки изображений и определения направлений не только на Солнце, но и на другие небесные объекты. Переключение камер реализовано аппаратно с использованием отдельного вывода включения (вывод 6 модуля OV2640) [2], что позволяет программно управлять их состоянием.

В перспективе планируется разработка дополнительной платы расширения, выполняющей функции аппаратно-программного симулятора. Она позволит воспроизводить условия, приближенные к реальному космическому полёту, при сохранении работы с физической моделью спутника и реальными исполнительными механизмами. Основное назначение этой платы — формирование учебных и экспериментальных сценариев, в рамках которых пользователь может обрабатывать

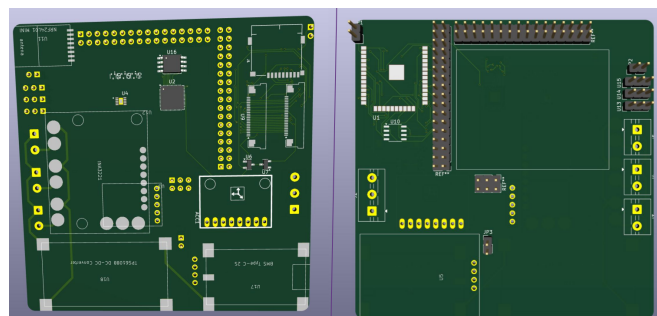


Рис. 2. Печатная плата EDUSat с микроконтроллерами ESP32 и RP2040, датчиками и разъёмами

алгоритмы управления в условиях, близких к реальной эксплуатации. Плата будет генерировать данные, имитирующие орбитальное движение, вращение и внешние воздействия; при этом часть данных может поступать от реальных датчиков, а часть — формироваться программно. Это позволит объединить симуляционную среду MIDE (Missions Integrated Development Environment), разработанную Баллистическим центром ФКИ МГУ, с натурным экспериментом [5].

3.3. Математическое обеспечение

Для разработки автономного алгоритма управления ориентацией были решены следующие задачи: выбор математического аппарата описания вращения, анализ условий функционирования (тип орбиты, применимость датчиков), реализация и тестирование алгоритма.

3.3.1. Характеристика задачи и математического аппарата

Вращение спутника описывается с помощью кватернионов [6]. Это позволяет избежать вырождения углов Эйлера, известного как «складывание рамок» (gimbal lock).

Нормированный кватернион задаёт поворот на угол α вокруг единичного вектора $\mathbf{u}$:

$$q = \cos \frac{\alpha}{2} + \mathbf{u} \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (1)$$

На борт загружается конечное число точек (часто небольшое, так как пропускная способность радиоканала невелика), поэтому для восстановления непрерывной траектории используется SQUAD-интерполяция (Spherical and Quadrangle Interpolation) [6]. Она основана на сферической линейной интерполяции (SLERP), но дополнительно обеспечивает непрерывность угловой скорости, что важно для реалистичного моделирования движения.

Проект ориентирован на высокоэллиптические орбиты. На таких орбитах:

- магнитное поле Земли слишком слабо для эффективного использования магнитометров;
- время нахождения в тени невелико, что позволяет применять оптические датчики для ориентации по Солнцу, Земле и Луне;
- инерциальные датчики (гироскопы, акселерометры) сохраняют работоспособность и используются в дополнение к оптическим.

3.3.2. Реализация алгоритма

Алгоритм¹ написан на языке Python с использованием библиотек `twon` (кватернионные вычисления) [7] и `NumPy` [8].

Входные данные — массив пар «момент времени — ориентация». Последовательность шагов:

1. вычисление кватернионов для каждого момента;
2. построение SLERP-интерполяции;
3. определение управляющих (сглаживающих) кватернионов;
4. вычисление SQUAD-интерполяции и визуализация траектории.

Полученная непрерывная траектория подаётся на вход ПИД-регулятора, который формирует управляющий сигнал для маховиков.

3.3.3. Тестирование

Моделирование. Алгоритм точно воспроизвёл прохождение через контрольные точки. Траектория оказалась плавной и монотонной, что подтверждает корректность SQUAD-интерполяции и работы ПИД-регулятора в идеальных условиях.

Эксперимент на прототипе.

Цель эксперимента — проверить работоспособность алгоритма определения ориентации по изображению с камеры и управления маховиками на прототипе с одной степенью свободы.

Схема установки. Спутник CubeSat 2U подвешивался на лёгкой нити, что обеспечивало вращение только вокруг вертикальной оси. Две широкоугольные камеры были установлены на гранях $X+$ и $Y+$. Неподвижный источник света располагался на расстоянии 1 м от спутника в плоскости XY .

В связанной системе координат спутника грань $X+$ соответствует стороне с первой камерой, грань $Y+$ — стороне со второй камерой, ось Z направлена вертикально вверх (к верхней крышке CubeSat). Камеры поочерёдно определяли положение источника света. Бортовой алгоритм выбирал активную камеру в зависимости от того, на какую грань падает больше света. Полученные данные обрабатывались описанным алгоритмом SQUAD, и ПИД-регулятор выдавал команды маховикам для поворота спутника к источнику.

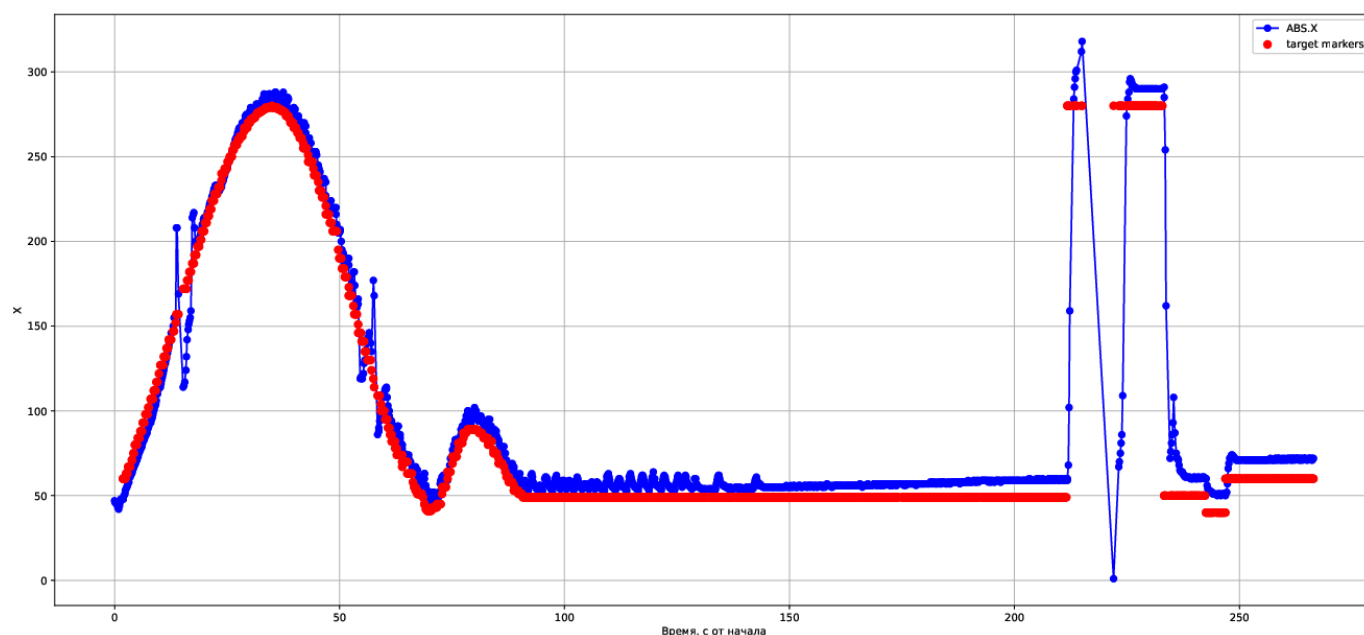


Рис. 3. Сравнение расчётной и измеренной траекторий вращения спутника при работе алгоритма ориентации. Красные маркеры — расчётная траектория, синяя линия — значения, измеренные оптическим датчиком. По оси абсцисс отложено время, с; по оси ординат — угол поворота, градусы

На рис. 3 сопоставлены расчётные и измеренные значения. В моменты переключения камер (через каждые 5 с) наблюдались кратковременные колебания амплитудой до 5° из-за неточной калибровки. В остальном измеренная траектория хорошо совпадала с расчётной; среднеквадратичное отклонение составило 1.2° .

3.3.4. Перспективы

В настоящее время завершён этап тестирования алгоритма с оптическими датчиками. Планируется продолжить эксперименты с добавлением инерциальных датчиков, а также провести отладку на полноценном трёхосном стенде без ограничений по углам поворота.

Баллистическим центром ФКИ МГУ разработана программа MIDE для моделирования космических полётов, включая задачи ориентации [5]. Ведётся работа по интеграции этой программы с испытательным стендом и спутником для проведения гибридных экспериментов, в которых часть данных поступает от реальных датчиков, а часть — от симулятора.

Параллельно разрабатывается трёхосный стенд, позволяющий отрабатывать систему ориентации без ограничений по углам поворота (в отличие от стендов на воздушных подшипниках). Создаётся новая версия стенда с повышенной точностью позиционирования. К спутнику также могут подключаться виртуальные датчики, эмулирующие показания на основе расчётов MIDE. Упрощённая одноосная версия стенда проста в использовании и достаточно мобильна.

4. Образовательное применение платформы

Платформа EDUSat позволяет проводить различные образовательные мероприятия: мастер-классы, проектные занятия, курсы дополнительного образования. Школьники и студенты могут использовать платформу как основу собственных проектов.

4.1. Апробация платформы

Первый прототип платформы EDUSat был испытан в рамках мастер-класса для участников Всероссийского чемпионата Воздушно-инженерной школы. Учащиеся настраивали параметры регуляторов, управляли маховиками и анализировали потребляемые токи, что позволило им получить практический опыт работы с системой ориентации.

Кроме того, на прототипе испытывалась математическая модель вращения. Проект «Математические способы описания вращения спутника» (М. А. Качай) занял III место на Всероссийской конференции школьных научных проектов «Вместе в науку» в 2025 году.

На начальном этапе возникали трудности, связанные с шумами датчиков, задержками передачи данных и ограничениями по моменту маховиков. Алгоритмы, успешно работавшие в симуляции, не всегда обеспечивали устойчивую стабилизацию реального прототипа. Были сделаны выводы о необходимости фильтрации данных, правильного выбора коэффициентов регулятора и учёта физических ограничений системы.

4.2. Школьные и студенческие мероприятия

Программу занятий удобнее всего подбирать под конкретный тип мероприятия.

Вполне универсальным можно назвать формат летней школьной практики. Это мероприятие, в рамках которого класс или профильная группа посещает предприятие или вуз, где занятия включают общие лекции и проектную работу с последующей защитой мини-проектов. Формат допускает значительную вариативность продолжительности: от короткого мастер-класса (несколько часов) до курса дополнительного образования (несколько месяцев).

Так, в рамках летней практики на ФКИ и в Научно-исследовательском институте ядерной физики МГУ была апробирована программа обучения учащихся физико-математического класса основам 3D-моделирования и программирования микроконтроллеров. До этого у обучающихся почти не было опыта в этих сферах.

На начальном этапе достаточно коротко продемонстрировать предстоящую работу. Например, при обучении 3D-моделированию можно дать готовую модель и показать, какие детали и для чего нужно смоделировать самостоятельно. После этого детали изготавливаются на 3D-принтере или других станках. С первой попытки, скорее всего, получить пригодную деталь не удастся — это необходимо учитывать при планировании работы. При обучении программированию микроконтроллеров следует показать, как загружать программу, и дать несколько простых примеров.

Деление программы на занятия продолжительностью по 2 академических часа позволяет проводить комбинированные занятия, включающие значительный практический компонент.

В табл. 2 приведена примерная программа практики, рассчитанная на 14 академических часов.

4.3. Реализация собственных проектов

На платформе EDUSat могут быть реализованы собственные проекты, например, система ориентации нового типа. Платформа может быть адаптирована к разным форматам работы. Например, платформа может использоваться студентами при подготовке курсовых и выпускных квалификационных работ.

Предусмотрены замена пластикового корпуса алюминевым и оснащение солнечными панелями, что позволит запускать аппарат в стратосферу. Для орбитальных полётов потребуются дополнительные доработки, но электроника следующего поколения EDUSat



Рис. 4. Мастер-класс с использованием прототипа EDUSat

Таблица 2. Примерная программа занятий с использованием EDUSat (летняя практика)

№	Содержание
1	Введение: - Рассказ о спутниках формата CubeSat и их задачах (например, о съёмке звёзд малым космическим телескопом). - Знакомство с платформой EDUSat. - Формирование групп по направлениям: математика, программирование, 3D-моделирование. При малом числе участников направления можно реализовывать последовательно.
2	3D-моделирование: демонстрация работы в КОМПАС-3D, работа с реальными деталями, постановка задачи на разработку узла (например, крепления камеры). Математика: постановка задачи, объяснение устройства камеры.
3	Программирование: постановка задачи для разработки алгоритма, загрузка на борт тестовых программ. 3D-моделирование: моделирование креплений. Математика, программирование: векторы, кватернионы, SLERP, SQUAD, алгоритм управления, демонстрация работы в среде MIDE.
4	3D-моделирование: при наличии доступа к 3D-принтерам — изготовление деталей, анализ ошибок проектирования. Математика: построение преобразования координат пикселей в векторы для камеры телескопа в системе координат спутника. Программирование: реализация подключения MIDE к физическому борту, тестирование системы управления.
5	Все группы: тестирование алгоритма вращения на одном из стендов, сбор данных.
6	Анализ полученных данных, сопоставление показаний оптических датчиков, камеры и гироскопа, оценка точности работы системы ориентации.
7	Внесение улучшений в конструкцию и код (например, подбор новых коэффициентов регулятора), подготовка к защите проектов.

создаётся на тех же компонентах, что и приборы для будущих космических экспериментов. Это позволяет работать с комплектующими, предназначенными для космических аппаратов.

Важным преимуществом этой платформы как базы для собственных проектов является то, что её разрабатывают школьники и студенты, а значит, другим пользователям будет проще разобраться в её устройстве.

5. Заключение

Платформа EDUSat не только демонстрирует реальные задачи космических исследований, но и позволяет перейти от моделирования к работе с реальными устройствами, а также реализовывать индивидуальные или групповые проекты.

После завершения отладки всех частей проекта планируется разработать базовые инструкции для проведения мастер-классов и демонстраций. В дальнейшем они могут стать основой методических пособий, ориентированных на включение профильного содержания в школьную практику.

Примечания

1 Демонстрационная реализация алгоритма приведена в репозитории [9].

Список литературы

- [1] *The CubeSat Program, Cal Poly San Luis Obispo*. CubeSat Design Specification (1U–12U). Revision 14.1. 2022. URL: https://www.nasa.gov/wp-content/uploads/2018/01/cubesatdesignspecificationrev14_12022-02-09.pdf.
- [2] *OmniVision Technologies*. OV2640 Color CMOS UXGA (2.0 MegaPixel) CAMERACHIP with OmniPixel2 Technology. Version 1.6. 2006. URL: <https://static.chipdip.ru/lib2/a/354/DOC066354995.pdf>.
- [3] *Espressif Systems*. ESP32 Series Datasheet. Version 4.7. 2024. URL: https://www.espressif.com/sites/default/files/documentation/esp32_datasheet_en.pdf.
- [4] *Raspberry Pi Ltd*. RP2040 Datasheet. 20.02.2025. URL: <https://datasheets.raspberrypi.com/rp2040/rp2040-datasheet.pdf>.
- [5] *Лаборатория «Астродинамика» ФКИ МГУ имени М.В. Ломоносова*. MIDE — Missions Integrated Development Environment : Кроссплатформенная среда моделирования аэрокосмических систем. 2025. URL: <https://www.astrodynlab.space/mide>.
- [6] *Shoemake K*. Animating Rotation with Quaternion Curves // ACM SIGGRAPH Computer Graphics. 1985. Т. 19, № 3. С. 245–254. DOI: 10.1145/325165.325242.
- [7] *The Regents of the University of Michigan*. rowan: a Python package for working with quaternions. Вер. 1.3.2. URL: <https://rowan.readthedocs.io/en/v1.3.2/>.
- [8] *Array Programming with NumPy / C. R. Harris, K. J. Millman, S. J. van der Walt [и др.]* // Nature. 2020. Т. 585. С. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2.
- [9] *Качай М. А.* CubeSat-attitude-control : Репозиторий GitHub. URL: <https://github.com/physly/CubeSat-attitude-control>.

Астрономическое образование, 2026. Материал предоставлен на условиях лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (С указанием авторства — С сохранением условий). Разрешено свободно делиться (обмениваться) — копировать и распространять материал на любом носителе и в любом формате в любых целях, включая коммерческие; адаптировать (создавать производные материалы) — делать ремиксы, видоизменять и создавать новое, опираясь на этот материал в любых целях, включая коммерческие; при условии обеспечения соответствующего указания авторства, предоставления ссылки на лицензию и обозначения изменений, если таковые были сделаны. Производные материалы должны распространяться на таких же условиях.



Астрономическое
образование

2026, № 2

Учебно- исследовательская деятельность

Ключевые слова:

учебное исследование, звёздная динамика, рассеянные звёздные скопления, массовая сегрегация, минимальное остовное дерево

Сокращения:

MST — Minimum Spanning Tree, минимальное остовное дерево;
RA — Right Ascension, прямое восхождение;
DEC — Declination, склонение;
IMF — Initial Mass Function, начальная функция масс;
МНК — метод наименьших квадратов

*rudomanov.ma@phystech.edu

Массовая сегрегация в рассеянных звёздных скоплениях

М. А. Рудоманов^{*1}, И. И. Булыгин²

¹Московский физико-технический институт

²Астрокосмический центр Физического института им. П. Н. Лебедева РАН

Аннотация

В работе представлен школьный учебно-исследовательский проект по астрофизике, выполненный учащимся 10 класса. Показана целесообразность ведения проектной деятельности старшими школьниками на продвинутом исследовательском уровне, обозначены инструменты коммуникации и принцип проектирования работы учащегося. Исследовательская часть посвящена оценке массовой сегрегации в 12 рассеянных звёздных скоплениях по данным SAI Open Clusters Catalog. Для количественной оценки сегрегации используется метод минимального остовного дерева (MST), основанный на сравнении длины MST для выборки наиболее массивных звёзд с распределением длин MST для случайных подвыборок того же размера. Массы звёзд оцениваются по фотометрии через приближённое соотношение масса — светимость, а простая модель изменения числа звёзд строится на основе начальной функции масс. Для каждого скопления также оценивается характерное время релаксации по формулам звёздной динамики. Полученные результаты указывают на возможную связь между динамическим возрастом скопления и величиной Δ_{MSR} , однако из-за малой выборки, приближённого определения масс и упрощённого отбора членов скоплений выводы следует рассматривать как качественную учебно-исследовательскую оценку.

Исследовательский проект выполнен М.А. Рудомановым под научным руководством И.И. Булыгина на кафедре астрономии Школы Центра педагогического мастерства (г. Москва) в 2023/2024 учебном году.

1. Введение

Выполнение и защита индивидуальных, в том числе исследовательских, проектов являются обязательными для учащихся по итогам обучения в старшей школе. Это требование, хотя и является обязательной частью образовательной программы, вызывает вопрос о том, как сделать такую работу содержательной, а не формальной. Особенно заметна эта проблема в работе с участниками всероссийских олимпиад по естественно-научным и техническим предметам, для которых стандартный школьный уровень часто оказывается недостаточно сложным и потому слабо мотивирующим.

Очевидно, что такой учащийся в полной мере владеет к 10 классу материалом профильного предмета на уровне школьной программы. В то же время активное и успешное участие в олимпиадах говорит об амбициях, способности находиться в состоянии неопределённости и выходить из него с помощью быстрого освоения новых инструментов. В статье обсуждается, как можно адаптировать формат школьного исследовательского проекта под запросы таких учащихся, как сохранить баланс между доступностью задачи, новизной исследовательского подхода и необходимостью освоения инструментария.

Содержание статьи организовано следующим образом. В разделе 2 приведены аргументы в пользу работы со старшими школьниками на продвинутом исследова-

Поступило в редакцию	24.05.2026
После доработки	30.05.2026
В печать	14.06.2026
Опубликовано	12.08.2026

ISSN 3033-7917
journal.astroedu.ru

тельском уровне, а также способ постановки достаточно интересной и технически выполнимой задачи. В разделе 3 приведены используемые проектные и коммуникативные инструменты и форматы, необходимые для быстрого обучения учащегося проектным и исследовательским навыкам. Последующие разделы представляют собой непосредственное содержание выполненного исследовательского проекта.

2. Цели школьного проекта. Выбор темы

С точки зрения авторов, школьная проектная деятельность преследует несколько целей одновременно:

- **формирование учащегося как личности** в процессе преодоления трудностей и освоения новых видов деятельности;
- **профессиональная ориентация** учащегося через пробное действие в домене выбранной им профильной (олимпиадной) специализации;
- **развитие системного мышления** при работе с задачей, которую невозможно содержательно выполнить в последний момент.

Для достижения этих целей научному руководителю недостаточно просто предложить тему. Необходимо заранее организовать пространство совместной работы: подобрать исходные материалы, определить формат общения, задать ожидаемый темп работы и показать учащемуся способы исследовательского рассуждения.

При решении этой задачи было решено использовать следующие *эвристические принципы выбора темы*:

- Тема должна соответствовать областям интересов учащегося. В данном случае такими областями были астрономия и анализ данных.
- Тема проекта не должна подразумевать слишком сложной математической составляющей, для освоения которой необходим один или несколько университетских курсов. Другими словами, если учащийся не знает, как решать дифференциальные уравнения, а в проекте их необходимо решать, такая тема не подходит. В то же время, если учащийся интересуется анализом данных с помощью Python, ему необходимо предоставить возможность практики с этим инструментом. Таким образом обеспечивается техническая реализуемость проекта силами учащегося.
- Тема проекта должна быть дидактически адекватна школьному уровню физики. Нет смысла предлагать школьный проект, например, по подсчёту сечений рассеяния частиц. Существенным преимуществом является

наличие достаточно адекватной, понятной учащемуся физической аналогии исследуемого астрономического феномена. В таком случае учащийся частично оказывается в области, где он может делать самостоятельные ходы и выдвигать гипотезы, опираясь на аналогии с более простыми физическими моделями. Например, в описываемом проекте было выбрано исследование сегрегации в звёздных скоплениях как явления, имеющего простую физическую аналогию: согласно закону Архимеда менее плотное тело должно всплывать в более плотной среде.

Аналогично был сформулирован набор *принципов организации совместной работы*:

- Проект должен быть технически реализуем за время его формального выполнения. При минимальных усилиях по изучению новых предлагаемых инструментов проект должен быть выполнен силами учащегося. Для этого был предусмотрен план-минимум, приводящий к новым результатам, которые могут быть оценены положительно, а также дальнейшие шаги, при выполнении которых учащийся может получить более содержательные научные результаты.
- Экспертная литература по исследуемому в проекте феномену должна быть максимально разнообразной и охватывать различные области научной деятельности. Так, при выборе проекта по динамике звёзд в звёздных скоплениях логично предоставить классические учебники по галактической динамике. Вместе с тем полезно предложить набор классических и современных статей, университетских курсов, а также инструкцию по поиску всех упомянутых видов материалов.
- Наравне с литературой необходимо предоставить инструменты и исходные данные, достаточно простые для понимания учащимся, но действительно используемые в реальной научной деятельности. В данном проекте такими элементами стали открытый каталог звёздных скоплений, обработка данных на Python и модели, не требующие для их применения использования большого объёма университетской математики.

3. Методика сопровождения проекта

При сопровождении школьного проекта научный руководитель фактически работает в гибридном режиме: с одной стороны, задача должна сохранять исследовательскую неопределённость, с другой — учащемуся нужна методическая опора, близкая к структуре лабораторной работы. Поэтому в школьной проектной работе

целесообразно использовать элементы университетского лабораторного формата:

- подготовить методический материал для проекта с планом его выполнения (допускающим вариативность), инструментами и литературой для изучения;
- по итогам изучения литературы и инструментов осуществить *допуск* к работе над проектом, то есть оценить, насколько учащийся владеет необходимым понятийным аппаратом и инструментарием.

Кроме того, формат взаимодействия целесообразно заимствовать из реальной научной деятельности:

- работать спринтами по 1–2 недели, придавая проектной работе регулярность и приучая школьника работать систематически, а не в импульсном режиме; явно фиксировать промежуточные результаты;
- использовать коллаборативные инструменты для общения (редакторы документов, системы видеоконференцсвязи), совместной работы (среды программирования и подготовки научных отчётов в $\text{\LaTeX}$).

В процессе работы использовались все упомянутые принципы и инструменты. Формат взаимодействия был задан с помощью проектного документа. В нём были приведены план работы, ссылки на литературу с конкретными разделами, необходимыми для изучения. Также было проконтролировано, что учащийся освоил следующие инструменты и понятия:

- понятие сегрегации масс, её наблюдаемые проявления;
- понятие начальной функции масс;
- характерные временные масштабы для задач звёздной динамики;
- метод MST как способ количественной оценки степени массовой сегрегации, его реализацию с помощью библиотеки SciPy в Python;
- методы построения линейной регрессии по данным с ошибками с помощью Python;
- понятия звёздной величины, звёздной эволюции.

Результат работы научный руководитель оценивает положительно, поскольку учащийся смог применить доступные ему физические модели для решения актуальной и новой исследовательской задачи. В ходе проекта активно использовались профильная литература и проектные инструменты, которые используют в реальных научных группах при обучении студентов. Опыт проекта показывает, что участник всероссийских олимпиад, ещё не являясь студентом технического вуза,

может выполнять исследовательскую работу на уровне студента младших курсов. Основное различие заключается в уровне технической подготовки, тогда как сама логика исследования может быть освоена школьником при задании правильных рамок проекта и последовательной работе с его мотивацией.

4. Исследовательская часть проекта: введение

Сегрегация в звёздных скоплениях является одним из важных аспектов изучения формирования и эволюции звёздных систем. Это процесс, в котором звёзды в скоплении распределяются в пространстве неравномерно в зависимости от их массы и других параметров. В данной работе мы рассмотрим данное явление с разных сторон, а также обсудим его последствия для дальнейшей эволюции звёздных систем.

Параметры скоплений (расстояния, возрасты, угловые размеры) взяты из каталога SAI OCL [1; 2]; для независимого сравнения параметров рассеянных скоплений см. также каталог MWSC [3]. Фотометрические данные использованы в виде VOTable-файлов SAI OCL. Цель работы состоит в том, чтобы проверить, можно ли на этих каталожных данных обнаружить качественную связь между динамическим возрастом скопления и выраженностью массовой сегрегации.

5. Массовая сегрегация и MST

В качестве рабочего определения будем считать, что массовая сегрегация наблюдается, если наиболее массивные звёзды распределены в скоплении иначе, чем звёзды меньших масс, и, в частности, сильнее сконцентрированы. Такое определение соответствует подходу, использованному в работе [4].

Мы используем метод количественной оценки массовой сегрегации, основанный на сравнении длины минимального остовного дерева (MST) для выборки массивных звёзд с длинами MST для случайных подвыборок того же размера. Если массивные звёзды действительно более сконцентрированы, длина их MST должна быть меньше средней длины MST случайных подвыборок [4]. Метод применяется в двумерной проекции на картинную плоскость, поскольку для звёзд выборки нет достаточно точной индивидуальной информации о координате вдоль луча зрения.

Минимальное остовное дерево выборки точек — это набор рёбер, соединяющий все точки без замкнутых контуров и имеющий минимальную суммарную длину. Суммарная длина MST при заданной метрике определе-

на однозначно, хотя само дерево может быть неединственным. Например, для трёх точек, расположенных в вершинах равностороннего треугольника, существует три возможных MST: каждое из них получается удалением одного из рёбер треугольника. При этом суммарные длины всех таких деревьев одинаковы.

Задача нахождения MST может решаться алгоритмом Прима: он находит минимальное остовное дерево, начиная с некоторой вершины и на каждом шаге добавляя к дереву ребро с наименьшим весом, соединяющее дерево с вершиной, ещё не принадлежащей дереву. Асимптотическая сложность реализации алгоритма составляет $O(E \lg V)$, где E — количество рёбер в графе, а V — количество вершин [5]. В данном исследовании использована стандартная реализация MST из библиотеки SciPy для полной матрицы евклидовых расстояний в плоскости RA — DEC.

6. Количественная оценка сегрегации масс

Для каждого скопления выбирается N_{MST} наиболее массивных звёзд, после чего длина их MST сравнивается со средним значением длин MST для случайных подвыборок из N_{MST} звёзд. Если длина MST массивных звёзд существенно меньше средней случайной длины, это указывает на более компактное распределение массивных звёзд, то есть на массовую сегрегацию. Отношение средней случайной длины ($\langle l_{\text{rand}} \rangle \pm \sigma_{\text{rand}}$) к длине MST массивных звёзд l_{massive} задаёт параметр массовой сегрегации:

$$\Lambda_{\text{MSR}} = \frac{\langle l_{\text{rand}} \rangle}{l_{\text{massive}}} \pm \frac{\sigma_{\text{rand}}}{l_{\text{massive}}}. \quad (1)$$

Значение $\Lambda_{\text{MSR}} \approx 1$ означает, что массивные звёзды распределены примерно так же, как остальные звёзды. Значения $\Lambda_{\text{MSR}} \gg 1$ указывают на массовую сегрегацию, а значения параметра существенно меньше единицы — на обратную массовую сегрегацию, то есть на более широкое распределение массивных звёзд.

В расчётах для каждого скопления использовалось 500 случайных подвыборок, что соответствует рекомендациям Allison et al. для сглаживания случайных флуктуаций [4].

Видимые звёздные величины, требуемые для определения светимости, указаны в каталоге. При этом мы не учитываем межзвёздное поглощение, болометрические поправки, наличие двойных звёзд и различия эволюционных стадий.

Массу звёзд мы определяем из фотометрии по приближённому соотношению масса — светимость для звёзд главной последовательности [6]:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \begin{cases} 0.23(M/M_{\odot})^{2.3}, & 0.01 \leq M/M_{\odot} < 0.43; \\ (M/M_{\odot})^4, & 0.43 \leq M/M_{\odot} < 2; \\ 1.5(M/M_{\odot})^{3.5}, & 2 \leq M/M_{\odot} < 20; \\ 3200(M/M_{\odot}), & 20 \leq M/M_{\odot} < 100. \end{cases} \quad (2)$$

Полученные массы следует понимать как достаточно грубую рабочую оценку.

Массивными звёздами в работе считаются объекты с оценкой массы больше $2M_{\odot}$.

Явные пространственные выбросы исключались 3σ -отсечением по RA и DEC относительно медианы координат. Поскольку работа в первую очередь направлена на качественную оценку связи между динамической эволюцией скопления и параметром массовой сегрегации, такой отбор достаточен, но не заменяет строгого отбора физических членов скопления по собственным движениям, параллаксам и вероятностям членства.

Пример распределения звёзд и массивных звёзд скопления показан на рис. 1. Значения N_{MST} для различных скоплений приведены в таблице 1.

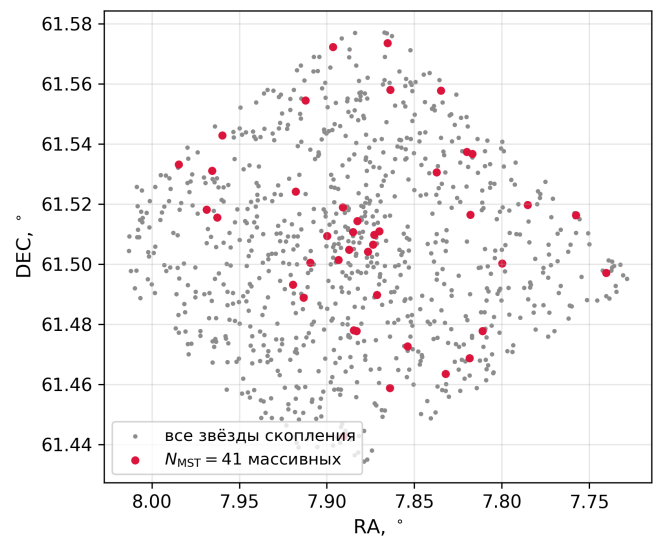


Рис. 1. Распределение звёзд скопления NGC 136 на плоскости RA — DEC. Красными точками выделены $N_{\text{MST}} = 41$ массивных звёзд, использованных для вычисления Λ_{MSR}

Таблица 1. Параметры скоплений, использующиеся в данной работе, и результаты расчётов параметра массовой сегрегации

Скопление	Berkeley 96	Berkeley 97	King 12	King 13	King 18	King 19
N_{visual}	1235	888	706	1114	806	413
D , pc	3180	2410	2490	2960	3010	2630
ρ , arcmin	3	4	5	10	8	7
$\lg T_{\text{real}}$	7.60	8.40	7.85	8.85	8.10	8.75
N_{MST}	15	29	20	12	20	10
Δ_{MSR}	1.13 ± 0.12	1.26 ± 0.09	1.37 ± 0.12	1.09 ± 0.14	1.29 ± 0.11	1.60 ± 0.24
Скопление	King 20	NGC 136	NGC 7245	NGC 7261	NGC 7296	NGC 7788
N_{visual}	518	874	1304	782	808	777
D , pc	1750	5220	3390	2830	2450	2750
ρ , arcmin	10	4	7	7	8	4
$\lg T_{\text{real}}$	8.20	8.40	8.50	8.20	8.45	8.20
N_{MST}	5	41	42	24	24	16
Δ_{MSR}	1.28 ± 0.30	1.05 ± 0.06	0.99 ± 0.05	1.03 ± 0.08	1.03 ± 0.07	1.38 ± 0.14

7. Модель эволюции звёзд скопления

В работе используется кусочно-степенная начальная функция масс (IMF) [7; 8]:

$$\xi(m) = \begin{cases} (m/m_{\odot})^{-0.3}, & 0.01 \leq m/m_{\odot} < 0.08; \\ 0.08(m/m_{\odot})^{-1.3}, & 0.08 \leq m/m_{\odot} < 0.5; \\ 0.04(m/m_{\odot})^{-2.3}, & 0.5 \leq m/m_{\odot} < 1; \\ 0.04(m/m_{\odot})^{-2.7}, & 1 \leq m/m_{\odot} < 100. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $\xi(m) \equiv dN/dm$. С учётом (2), используя оценку времени жизни на главной последовательности $T \propto m/L$ и соотношение $L \propto m^x$, получаем непрерывную кусочно-степенную аппроксимацию времени жизни:

$$\frac{T}{T_{\odot}} = \left(\frac{m}{m_{\odot}} \right)^{-(x-1)} \approx \quad (4)$$

$$\approx \begin{cases} 4.199 \cdot (m/m_{\odot})^{-1.3}, & 0.01 \leq m/m_{\odot} < 0.43; \\ (m/m_{\odot})^{-3}, & 0.43 \leq m/m_{\odot} < 2; \\ 0.707(m/m_{\odot})^{-2.5}, & 2 \leq m/m_{\odot} < 20; \\ 0.0004, & 20 \leq m/m_{\odot} < 100. \end{cases} \quad (5)$$

$$\frac{m}{m_{\odot}} \approx \begin{cases} 20 \dots 100, & T/T_{\odot} = 0.0004; \\ (1.4(T/T_{\odot}))^{-0.4}, & 0.0004 < T/T_{\odot} \leq 0.125; \\ (T/T_{\odot})^{-1/3}, & 0.125 < T/T_{\odot} \leq 12.6; \\ (0.24(T/T_{\odot}))^{-0.77}, & 12.6 < T/T_{\odot} \leq 1670. \end{cases} \quad (6)$$

Количество звёзд в скоплении N в настоящий момент времени связано с количеством звёзд N_0 в начальный момент времени соотношением (рис. 2):

$$\frac{N}{N_0} = \frac{\int_{0.01m_{\odot}}^{m_0} \xi(m) dm}{\int_{0.01m_{\odot}}^{100m_{\odot}} \xi(m) dm}, \quad (7)$$

где $m_0 = m(T)$ соответствует возрасту скопления T .

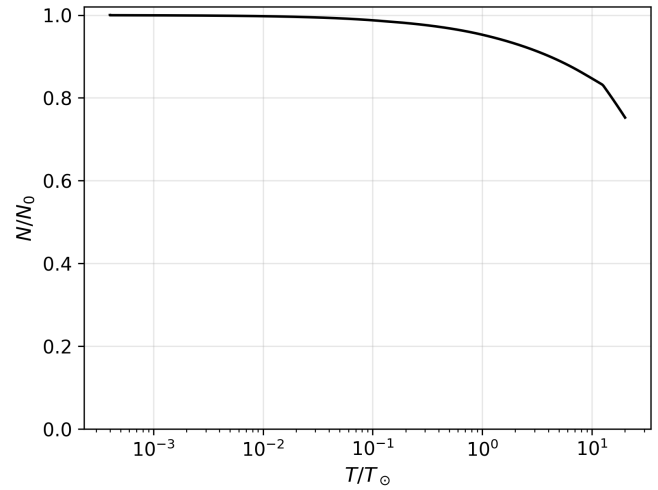
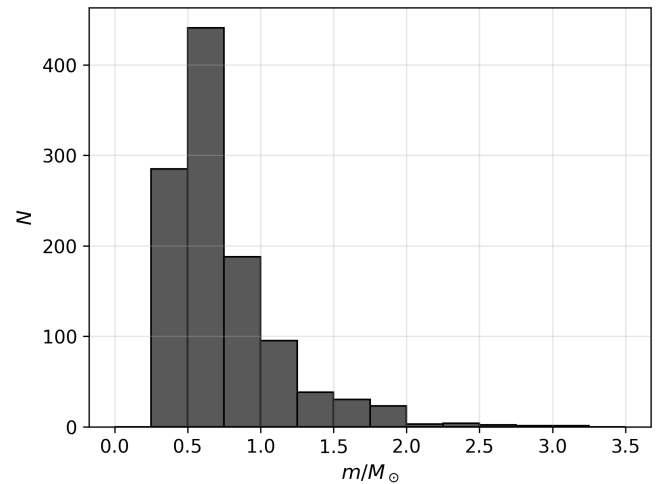
Рис. 2. Модельная зависимость N/N_0 от $T/T_{\odot}$ согласно IMF [7]

Рис. 3. Гистограмма распределения масс звёзд скопления King 13

7.1. Предельный блеск и массы звёзд скопления

В каталоге приведены данные о видимых звёздах. Если использовать принятую в работе оценку масса — светимость, то для всех скоплений, кроме NGC 136 (расстояние 5220 пк), звёзды в интервале масс от $\mathcal{M}_{\text{vis}} = 0.5\mathcal{M}_{\odot}$ до $1.0\mathcal{M}_{\odot}$ должны попадать в фотометрический предел каталога. В расчёте принят предельный блеск $m_{\text{lim}} = 21^{\text{m}}$ и абсолютная звёздная величина Солнца $M_{V,\odot} = 4.72^{\text{m}}$.

Найдём расстояние, на котором звезда массой $0.5\mathcal{M}_{\odot}$ становится слабее m_{lim} :

$$D = 10 \text{ пк} \cdot \sqrt{\frac{L(0.5\mathcal{M}_{\odot})}{L_{\odot}} \times 10^{-0.4(M_{V,\odot} - m_{\text{lim}})}} \approx 4510 \text{ пк}. \quad (8)$$

Для NGC 136 нижняя граница видимого интервала получается немного выше:

$$\frac{\mathcal{M}_{\text{vis}}}{\mathcal{M}_{\odot}} = \sqrt[4]{\left(\frac{5220}{10}\right)^2 \times 10^{0.4(M_{V,\odot} - m_{\text{lim}})}} \approx 0.538. \quad (9)$$

Дальнейший расчёт для этого скопления проводится по тому же алгоритму, но с этой изменённой нижней границей.

7.2. Оценка количества звёзд в скоплении в настоящий и начальный моменты времени

Из-за эффекта селекции мы не видим большую часть звёзд малой массы (рис. 3), которые, согласно модели, составляют большую долю от числа звёзд в скоплении. Опираясь на модельную начальную функцию масс и зная количество звёзд в калибровочном промежутке от $\mathcal{M}_{\text{vis}}$ до $1.0\mathcal{M}_{\odot}$, где $\mathcal{M}_{\text{vis}} = 0.5\mathcal{M}_{\odot}$ для всех скоплений, кроме NGC 136, мы можем оценить

$$\frac{N_{[0, 0.5]}^{\text{mod}}}{N_{[\mathcal{M}_{\text{vis}}, 1]}^{\text{obs}}} \approx \frac{\int_{0.01\mathcal{M}_{\odot}}^{0.5\mathcal{M}_{\odot}} \xi(\mathcal{M}) d\mathcal{M}}{\int_{\mathcal{M}_{\text{vis}}}^{1.0\mathcal{M}_{\odot}} \xi(\mathcal{M}) d\mathcal{M}}; \quad (10)$$

$$\frac{N_0^{\text{mod}}}{N_{[\mathcal{M}_{\text{vis}}, 1]}^{\text{obs}}} \approx \frac{\int_{0.01\mathcal{M}_{\odot}}^{100\mathcal{M}_{\odot}} \xi(\mathcal{M}) d\mathcal{M}}{\int_{\mathcal{M}_{\text{vis}}}^{1.0\mathcal{M}_{\odot}} \xi(\mathcal{M}) d\mathcal{M}}. \quad (11)$$

Здесь $N_{[\alpha, \beta]}$ — количество звёзд в промежутке масс $[\alpha\mathcal{M}_{\odot}, \beta\mathcal{M}_{\odot}]$ согласно модели. Обозначение mod соответствует модельным величинам, obs — наблюдаемым. Учтено, что звёзды малых масс не успевают проэволюционировать за время жизни скопления.

Тогда полное число звёзд

$$N = N_{\text{visual}} + N_{[0, 0.5]}^{\text{mod}} - N_{[0, 0.5]}^{\text{obs}}, \quad (12)$$

где N_{visual} — число звёзд, указанное в каталоге, $N_{[0, 0.5]}^{\text{obs}}$ — наблюдаемое количество звёзд с массой до $0.5\mathcal{M}_{\odot}$, а $N_{[0, 0.5]}^{\text{mod}}$ — число звёзд в этом диапазоне согласно модельной оценке. Отметим, что это приближение чувствительно к полноте каталога и звёздам поля, попавшим в область скопления.

Зная отношение N/N_0 , можно найти модельный возраст T_{model} скопления в рамках описанной выше простой эволюционной модели.

7.3. Испарение скопления

Дополнительно попытаемся учесть, что скопление теряет звёзды также вследствие *испарения*, то есть процесса, при котором в результате перераспределения энергий между звёздами скопления часть звёзд покидает скопление.

Под временем релаксации скопления T_{relax} в звёздной динамике принято понимать промежуток времени, в течение которого в системе под действием иррегулярных сил успевает восстановиться нарушенное максвеллово распределение скоростей [9–11]:

$$T_{\text{relax}} = 0.1357 \sqrt{\frac{NR^3}{G\bar{\mathcal{M}} \ln(\gamma N)}}, \quad \gamma \approx 0.4, \quad (13)$$

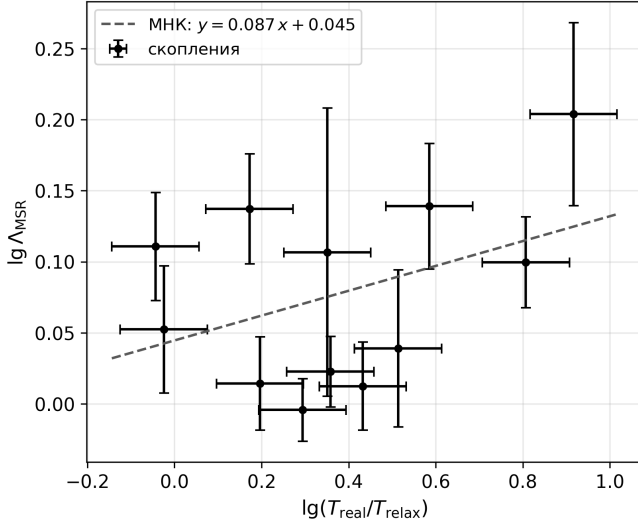
где N — число звёзд в скоплении, R — его средний эффективный радиус, $\bar{\mathcal{M}} \approx \sum_{i=1}^{N_{\text{visual}}} \mathcal{M}_i / N_{\text{visual}}$ — средняя масса звезды скопления (по видимым звёздам), а радиус скопления $R = D\rho/2$, где ρ — каталожное значение видимого углового диаметра (в радианах).

В работе предполагается, что время релаксации каждого скопления постоянно. Более строгий подход требовал бы моделировать изменение радиуса, массы, числа звёзд и массовой функции со временем, что выходит за рамки данной учебно-исследовательской работы.

В моделях Spitzer — Hart скорость потери составляет величину порядка $0.5 \div 1\%$ звёзд за одно время релаксации [12]. В расчётах принято $k = 0.008$, что даёт поправку

$$(N/N_0)^* = (N/N_0) \cdot (1 + k)^{(T_{\text{real}}/T_{\text{relax}})}. \quad (14)$$

При учёте данной поправки получаем модельный возраст T_{model}^* .

Рис. 4. Зависимость $\lg \Delta_{\text{MSR}}$ от $\lg(T_{\text{real}}/T_{\text{relax}})$

Если поправка даёт значение больше единицы, оно ограничивается единицей, так как $N/N_0 > 1$ не имеет физического смысла; поэтому некоторые значения T_{model}^* в таблице 2 округляются до нуля. Даже с этой поправкой заметно, что согласно данной модели эволюция происходит значительно медленнее, чем в реальности.

Результаты вычислений модельных возрастов скоплений, а также заведомо более надёжная каталожная оценка возраста T_{real} приведены в таблице 2.

8. Результаты и обсуждение

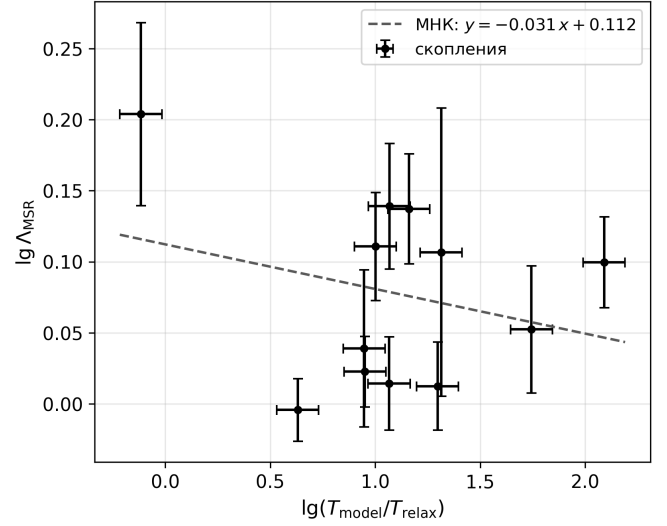
В нескольких скоплениях значение Δ_{MSR} отличается от единицы на уровне двух — трёх стандартных отклонений (например, Berkeley 97, King 12, King 18, King 19 и NGC 7788), но для остальных объектов отличие от $\Delta_{\text{MSR}} = 1$ невелико. Поэтому дальнейшие графики используются прежде всего для качественного анализа возможной тенденции.

Сначала рассмотрим зависимость Δ_{MSR} от динамического возраста $T_{\text{real}}/T_{\text{relax}}$, чтобы проверить, связана ли наблюдаемая степень сегрегации с числом прошедших времён релаксации (рис. 4). Для всей выборки прямая МНК имеет положительный наклон, но статистическая значимость этой тенденции невысока: для зависимости

$$\lg \Delta_{\text{MSR}} = a \lg(T_{\text{real}}/T_{\text{relax}}) + b$$

$$a = 0.087 \pm 0.063,$$

$$r \approx 0.40, \quad p \approx 0.20.$$

Рис. 5. Зависимость $\lg \Delta_{\text{MSR}}$ от $\lg(T_{\text{model}}/T_{\text{relax}})$

Скопления с $\Delta_{\text{MSR}} \approx 1$ (NGC 7245, NGC 7261, NGC 7296, NGC 136) практически не показывают массовой сегрегации в рамках нашей оценки. При исключении этих скоплений из рассмотрения положительная тенденция визуально заметнее, но и здесь она остаётся весьма условной:

$$a = 0.066 \pm 0.052,$$

$$r \approx 0.46, \quad p \approx 0.26.$$

В целом такой результат согласуется с представлением, что в процессе парной релаксации массивные звёзды могут постепенно концентрироваться к центральным областям скопления [13], но выборка слишком мала, чтобы говорить о наличии статистически значимой зависимости.

Далее рассмотрим зависимость Δ_{MSR} от отношения $T_{\text{model}}/T_{\text{relax}}$ (рис. 5). В данном случае коэффициент сегрегации практически не зависит от времени:

$$a = -0.031 \pm 0.036,$$

$$p \approx 0.41,$$

что ожидаемо: в принятой простой модели распределение звёзд одной массы однородно, и в течение эволюции одновременно исчезают все звёзды данной массы, т.е. сама модель не создаёт пространственную сегрегацию.

Можно сделать вывод, что полученные оценки возраста скоплений за счёт накопления множества косвенных модельных ошибок весьма посредственно отражают реальное положение дел.

Таблица 2. Результаты расчётов модельных возрастов скоплений

Скопление	Berkeley 96	Berkeley 97	King 12	King 13	King 18	King 19
N_{visual}	1235	888	706	1114	806	413
$\lg T_{\text{real}}$	7.60	8.40	7.85	8.85	8.10	8.75
N_0	8081	5072	4322	6935	5347	2403
N	7913	4913	4280	6806	5264	2399
N/N_0	0.979	0.969	0.990	0.981	0.984	0.998
$\lg T_{\text{relax}}$	7.62	7.59	7.68	8.34	8.14	7.83
$(N/N_0)^*$	0.987	1.000	1.000	1.000	0.992	1.000
T_{model} , Gyr	2.34	4.82	0.69	1.92	1.40	0.05
T_{model}^* , Gyr	1.10	0.00	0.00	0.00	0.56	0.00
$T_{\text{real}}/T_{\text{relax}}$	0.95	6.41	1.49	3.26	0.90	8.25
Скопление	King 20	NGC 136	NGC 7245	NGC 7261	NGC 7296	NGC 7788
N_{visual}	518	874	1304	782	808	777
$\lg T_{\text{real}}$	8.20	8.40	8.50	8.20	8.45	8.20
N_0	1951	6939	9482	4509	5524	5391
N	1920	6853	9390	4446	5417	5350
N/N_0	0.984	0.988	0.990	0.986	0.981	0.992
$\lg T_{\text{relax}}$	7.85	8.04	8.21	8.00	8.02	7.61
$(N/N_0)^*$	1.000	1.000	1.000	0.998	1.000	1.000
T_{model} , Gyr	1.45	0.98	0.69	1.17	2.06	0.48
T_{model}^* , Gyr	0.00	0.00	0.00	0.05	0.00	0.00
$T_{\text{real}}/T_{\text{relax}}$	2.24	2.28	1.97	1.57	2.71	3.85

9. Ограничения используемых методов

Главное ограничение в настоящем исследовании связано с тем, что массы звёзд получены из одной фотометрической величины и расстояния до скопления. При более строгом подходе необходимо учитывать покраснение, болометрические поправки, вероятность членства по собственным движениям и параллаксам, а также использовать изохроны, соответствующие возрасту и металличности каждого скопления.

Кроме того, радиус в оценке времени релаксации принят равным половине видимого диаметра, хотя в формуле (13) должен использоваться радиус для половины массы. Использованные приближения не обесмысливают результаты, но ограничивают силу выводов.

10. Заключение

Метод MST был применён к реальным каталожным данным, и для 12 рассеянных скоплений получены значения показателя массовой сегрегации Λ_{MSR} . Наиболее заметные признаки массовой сегрегации в рамках этой методики получены для Berkeley 97, King 12, King 18, King 19 и NGC 7788.

Наблюдаемая зависимость $\Lambda_{\text{MSR}}(T_{\text{real}}/T_{\text{relax}})$ служит качественным аргументом в пользу того, что массовая сегрегация может усиливаться на временах порядка

времени релаксации. Однако статистическая значимость этой тенденции невысока, поэтому результат следует рассматривать лишь как указание на возможную связь. В то же время зависимость $\Lambda_{\text{MSR}}(T_{\text{model}}/T_{\text{relax}})$ показывает, что простая модель эволюции числа звёзд не даёт удовлетворительных результатов.

Основной результат работы — построение самосогласованной оценки, показывающей возможную связь между динамическим возрастом скопления и выраженностью массовой сегрегации. Для строгой проверки этой связи необходимо в первую очередь расширить выборку скоплений и уточнить оценки масс звёзд скоплений.

Список литературы

- [1] Automated search for star clusters in large multiband surveys. II. Discovery and investigation of open clusters in the Galactic plane / E. V. Glushkova [и др.] // Astronomy Letters. 2010. Т. 36, № 2. С. 75–85. DOI: 10.1134/S1063773710020015. arXiv: 0910.1330 [astro-ph. GA].
- [2] Sternberg Astronomical Institute Open Clusters Catalog (SAI OCL) / E. V. Glushkova [и др.]. 2009. URL: <https://cdsarc.cds.unistra.fr/viz-bin/cat/V/132>; SAI OCL website: <http://ocl.sai.msu.ru/catalog/>. VizieR Online Data Catalog, V/132.
- [3] Global survey of star clusters in the Milky Way. II. The catalogue of basic parameters / N. V. Kharchenko [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 2013. Т. 558. A53. DOI: 10.1051/0004-6361/201322302. arXiv: 1308.5822 [astro-ph. GA].

- [4] Using the minimum spanning tree to trace mass segregation / R. J. Allison [и др.] // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2009. Т. 395, № 3. С. 1449–1454. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2009.14508.x. arXiv: 0901.2047 [astro-ph.GA].
- [5] *Introduction to Algorithms* / T. H. Cormen [и др.]. 3-е изд. Cambridge, MA : MIT Press, 2009.
- [6] *Duric N. Advanced Astrophysics*. Cambridge University Press, 2004.
- [7] *Kroupa P. On the variation of the initial mass function* // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2001. Т. 322, № 2. С. 231–246. DOI: 10.1046/j.1365-8711.2001.04022.x.
- [8] *Kroupa P., Jerabkova T. The Salpeter IMF and its descendants* // *Nature Astronomy*. 2019. Т. 3. С. 482–484. DOI: 10.1038/s41550-019-0793-0. arXiv: 1910.01126 [astro-ph.SR].
- [9] *Chandrasekhar S. Principles of Stellar Dynamics*. University of Chicago Press, 1942.
- [10] *Spitzer Jr. L., Hart M. H. Random Gravitational Encounters and the Evolution of Spherical Systems. I. Method* // *The Astrophysical Journal*. 1971. Т. 164. С. 399–409. DOI: 10.1086/150855.
- [11] *Binney J., Tremaine S. Galactic Dynamics*. 2-е изд. Princeton University Press, 2008.
- [12] *Spitzer Jr. L., Hart M. H. Random Gravitational Encounters and the Evolution of Spherical Systems. II. Models* // *The Astrophysical Journal*. 1971. Т. 166. С. 483–511. DOI: 10.1086/150977.
- [13] *Spitzer Jr. L. Equipartition and the Formation of Compact Nuclei in Spherical Stellar Systems* // *The Astrophysical Journal Letters*. 1969. Т. 158. С. L139. DOI: 10.1086/180451.

Астрономическое образование, 2026. Материал предоставлен на условиях лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (С указанием авторства – С сохранением условий). Разрешено свободно делиться (обмениваться) – копировать и распространять материал на любом носителе и в любом формате в любых целях, включая коммерческие; адаптировать (создавать производные материалы) – делать ремиксы, видоизменять и создавать новое, опираясь на этот материал в любых целях, включая коммерческие; при условии обеспечения соответствующего указания авторства, предоставления ссылки на лицензию и обозначения изменений, если таковые были сделаны. Производные материалы должны распространяться на таких же условиях.

Анализ кинематики галактических цефеид и моделирование звёздного диска Галактики

И. Я. Алексеев^{*1}, А. В. Веселова²

¹Школа Центра педагогического мастерства, г. Москва

²Санкт-Петербургский государственный университет



Астрономическое
образование

2026, № 2

Аннотация

Статья описывает учебно-исследовательскую работу школьника по анализу кинематики диска Млечного Пути на основе каталога классических цефеид. Получена оценка смещения Солнца относительно средней поверхности диска: $z_{00} = -37.4 \pm 0.7$ пк. Выполнено численное моделирование движения цефеид в осесимметричном потенциале Галактики, включающем потенциалы сферы Пламмера (балдж), диска Миямото – Нагаи (звёздно-газовый диск) и гало Наварро – Френка – Уайта (тёмное гало). Показано, что на масштабе ~ 100 млн лет значимой эволюции искривления диска не обнаружено. Обсуждаются также междисциплинарность и профориентационная ценность проекта.

Учебно-исследовательская деятельность

Ключевые слова:

учебное исследование, галактическая астрономия, цефеиды, искривление диска Галактики, численное моделирование, исследовательская деятельность

Исследовательский проект выполнен И. Я. Алексеевым под научным руководством А. В. Веселовой в 2025/2026 учебном году.

**i.paksyai@gmail.com*

1. Введение

1.1. Проблематика задачи

Представление галактического диска как единого целого является непростой задачей. Как и другие дисковые галактики, наша Галактика обладает составным диском (обычно выделяют тонкий и толстый звёздные диски), а также протяжённым гало, значительная часть массы которого представлена тёмной материей. Изучение строения нашей Галактики помогает понять процессы зарождения и эволюции других галактик, в том числе их слияния.

Во многих современных работах анализируется пространственное распределение цефеид (см., например, [1]). Эти молодые звёзды позволяют проследить крупномасштабное искривление диска Галактики. Цефеиды служат индикаторами различных особенностей диска: по ним определяют положение спиральных рукавов, степень их закрученности, положение средней поверхности галактического диска и эволюцию линии узлов со временем (например, [2]).

В данной работе исследуются искривление диска в окрестностях Солнца и его эволюция на масштабе 70 млн лет. Проводится численное интегрирование в модели с изменяющейся во времени формой средней поверхности диска Галактики и анализируются результаты вычислений.

1.2. Педагогический контекст работы

Статья представляет результат учебно-исследовательской деятельности школьника под руководством научного консультанта. Выбор темы «Кинематика галактических цефеид» обусловлен не только её значением для звёздной астрономии, но и дидактической целью: познакомить учащегося с полным циклом научного исследования — от постановки задачи до интерпретации данных с учётом погрешностей.

Поступило в редакцию	06.06.2026
После доработки	14.06.2026
В печать	25.06.2026
Опубликовано	12.08.2026

ISSN 3033-7917
journal.astroedu.ru

На первом этапе работы учащийся познакомился с обширной, преимущественно англоязычной литературой, изучил основы теории потенциалов, методы обработки данных, включая метод наибольшего правдоподобия, и алгоритмы численного интегрирования орбит в фиксированном галактическом потенциале. Модель, наблюдательные данные и общий план работы выбрал научный руководитель; методы оптимизации и численного интегрирования реализовал учащийся. Особую сложность представляли учёт погрешностей и очистка выборок от выбросов: такие вопросы не всегда разрешимы однозначно даже при строгом подходе к исследованию. Таким образом, учащийся познакомился со спектром проблем, с которыми сталкивается исследователь, и освоил элементы исследовательской задачи, по сложности приближающейся к задачам младших курсов университета.

2. Данные о цефеидах

В работе использован каталог классических цефеид [1], содержащий координаты и кинематические данные объектов. Поправки на межзвёздное поглощение уже внесены. Погрешности модулей расстояния не учитывались в моделировании, поскольку обусловленные ими изменения малы: $\Delta z_{00} \lesssim 1$ пк.

На рис. 1 показано распределение цефеид на земном небе; некоторое искривление заметно в окрестности долгот $\sim 180^\circ$.

3. Выбор моделей системы

3.1. Модель средней поверхности диска

Среднюю поверхность диска представим полиномиальной моделью в декартовых гелиоцентрических координатах [3]. Координаты X и Y отсчитываются от Солнца: ось X направлена в сторону, противоположную направлению на центр Галактики, Y направлена по движению Солнца в Галактике. Модель поверхности диска имеет вид

$$\zeta_n(X, Y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i z_{i-j,j} X^{i-j} Y^j. \quad (1)$$

Параметры модели оптимизируются методом наибольшего правдоподобия: максимизируется произведение плотностей вероятности отклонений объектов по нормали к модели в предположении нормальности отклонений. Величина среднеквадратичного отклонения σ

определяется из выражения

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i^N \rho_i^2}{N}. \quad (2)$$

Соответственно, в нашей модели при каждом пробном наборе параметров минимизировалась сумма квадратов расстояний до поверхности:

$$\sum_i \rho_i^2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

Расстояния определялись численно с точностью не хуже 2 пк, что сопоставимо с общей точностью данных об объектах. Предварительно из каталога были исключены объекты-выбросы с $|Z| > 2$ кпк. Для дальнейшего моделирования также были исключены объекты с погрешностями определения скоростей более 15 км/с.

Неопределённости значений коэффициентов $z_{ij} = z_n$ модели (1) оценивались на основе диагональных элементов матрицы ковариации $D(z_n, z_m)$, образованной функцией минимизации квадратов согласно [4]:

$$D(z_n, z_m) = \sigma_p^2 C_{nm}^{-1}, \quad (4)$$

$$M = \sum_i^N \rho_i^2, \quad \sigma_p^2 = \frac{M}{N},$$

$$C_{nm} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 M}{\partial z_n \partial z_m}.$$

3.2. Модель потенциала Галактики

При моделировании динамики цефеид силы раскладывались на компоненты в декартовой галактоцентрической системе координат (x, y, z) , где $y = Y$, $z = Z$. Значение R_0 для начальных положений цефеид выбрано равным 8.28 кпк, что находится в пределах современных оценок. Модель включала балдж (сферу Пламмера), диск Миямото – Нагаи и гало Наварро – Френка – Уайта. Подробнее о модельных гравитационных потенциалах в галактической динамике см., например, [5].

Для координат цефеид вводилась поправка на искривление диска: $z' = z - \zeta_n(x, y)$ при $n = 4$. Такая модель позволяет приближённо интегрировать движение в потенциале слабо искривлённого звёздного диска, векторы нормалей к которому слабо отклонены от вектора $\hat{z}$. Ниже приведены выражения для компонентов ускорения от каждой составляющей потенциала.

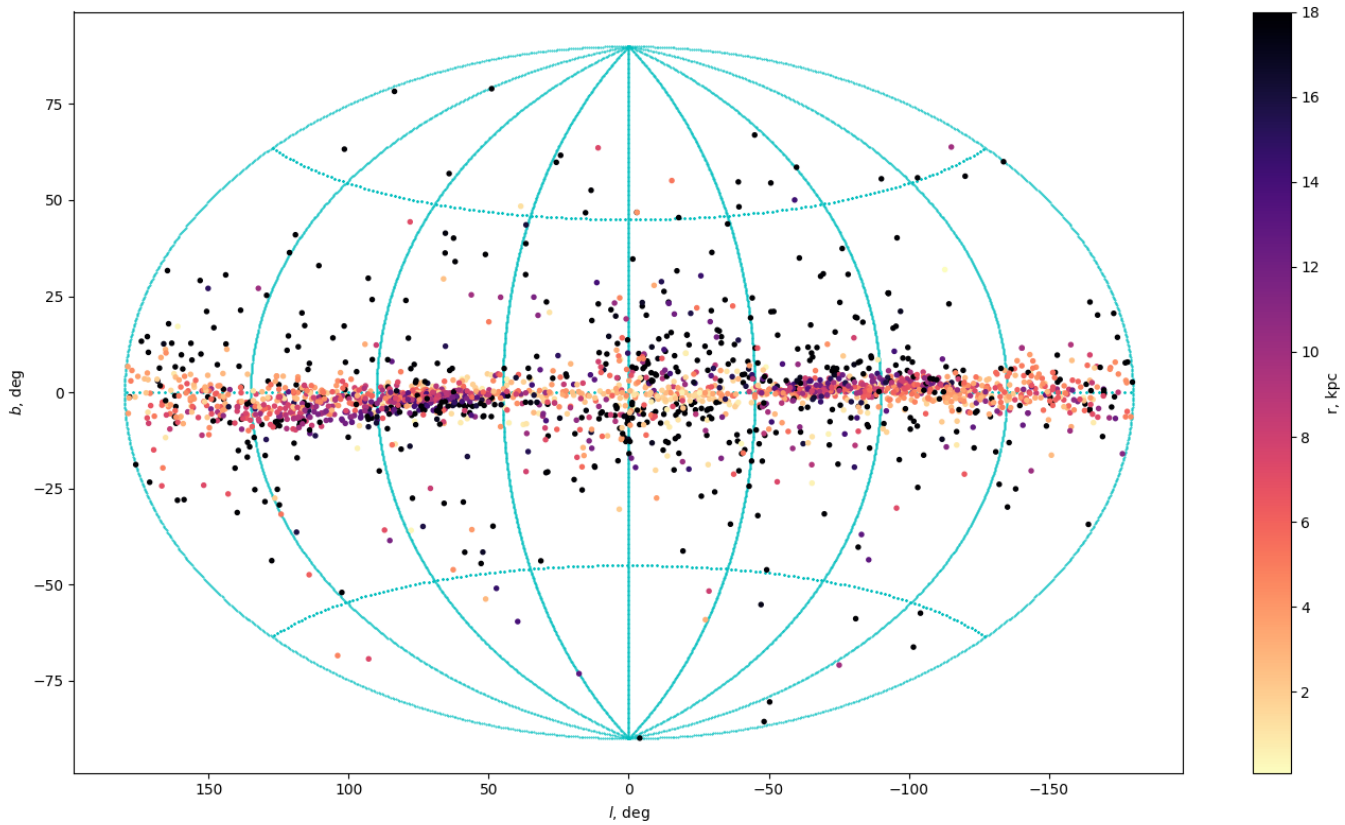


Рис. 1. Распределение цефеид на небе в галактических координатах (l, b)

Компоненты ускорения от балджа:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_b &= -\frac{GM_b x}{(x^2 + y^2 + z^2 + c^2)^{3/2}}, \\ \ddot{y}_b &= -\frac{GM_b y}{(x^2 + y^2 + z^2 + c^2)^{3/2}}, \\ \ddot{z}_b &= -\frac{GM_b z}{(x^2 + y^2 + z^2 + c^2)^{3/2}}.\end{aligned}\quad (5)$$

Компоненты ускорения от диска:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_d &= -\frac{GM_d x}{\eta^3}, \quad \ddot{y}_d = -\frac{GM_d y}{\eta^3}, \\ \ddot{z}_d &= -\frac{GM_d z(a + \xi)}{\xi \eta^3},\end{aligned}\quad (6)$$

$$\xi = \sqrt{z^2 + b^2}, \quad \eta = \sqrt{x^2 + y^2 + (a + \xi)^2}. \quad (7)$$

Компоненты ускорения от гало:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_h &= GM_h F(r) \frac{x}{r}, \quad \ddot{y}_h = GM_h F(r) \frac{y}{r}, \\ \ddot{z}_h &= GM_h F(r) \frac{z}{r},\end{aligned}\quad (8)$$

$$F(r) = -\frac{\ln(1 + r/d) - \frac{r/d}{1+r/d}}{r^2}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (9)$$

Полные ускорения в модели:

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{x}} &= \ddot{\mathbf{x}}_b + \ddot{\mathbf{x}}_d + \ddot{\mathbf{x}}_h, \\ \ddot{\mathbf{y}} &= \ddot{\mathbf{y}}_b + \ddot{\mathbf{y}}_d + \ddot{\mathbf{y}}_h, \\ \ddot{\mathbf{z}} &= \ddot{\mathbf{z}}_b + \ddot{\mathbf{z}}_d + \ddot{\mathbf{z}}_h.\end{aligned}\quad (10)$$

Используемые параметры компонентов Млечного Пути в рамках описанной модели потенциала приведены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры упрощённой модели Млечного Пути [6]

Компонент	Масса	Масштабы
Балдж	$M_b = 1.03 \cdot 10^{10} M_\odot$	$c = 0.2672$ кпк
Диск	$M_d = 6.51 \cdot 10^{10} M_\odot$	$a = 4.4000$ кпк, $b = 0.3084$ кпк
Гало	$M_h = 2.90 \cdot 10^{11} M_\odot$	$d = 7.7000$ кпк

3.3. Приведение компонентов скорости

В каталоге представлены лучевая скорость и компоненты собственного движения цефеид относительно Солнца. Перевод в декартову галактоцентрическую систему выполнялся по формулам [7]:

$$V_{x,\odot} = V_r \cos l \cos b - k d \mu_l \cos b \sin l - k d \mu_b \cos l \sin b, \quad (11)$$

$$V_{y,\odot} = V_r \sin l \cos b + k d \mu_l \cos b \cos l - k d \mu_b \sin l \sin b, \quad (12)$$

$$V_{z,\odot} = V_r \sin b + k d \mu_b \cos b, \quad (13)$$

$$\text{где } k = 4.7406 \frac{\text{км/с}}{\text{мсд/год} \cdot \text{кпк}}.$$

С учётом пекулярной скорости Солнца

$$V_x = -V_{x,\odot} - U_{\odot}, \quad (14)$$

$$V_y = V_{y,\odot} + V_{\odot}, \quad (15)$$

$$V_z = V_{z,\odot} + W_{\odot}. \quad (16)$$

Компоненты пекулярной скорости Солнца приняты равными $U_{\odot} = -10.3$ км/с, $V_{\odot} = 15.3$ км/с, $W_{\odot} = 7.3$ км/с [7]. Приведённые скорости наряду с текущими положениями объектов использовались как начальные данные при моделировании.

4. Моделирование динамики объектов

Для проверки устойчивости диска и исследования поведения искривления во времени проводилось численное моделирование движения цефеид в Галактике. Поскольку полиномиальная модель диска представляет собой отрезок ряда, начало координат должно находиться вблизи распределения объектов. Поэтому моделирование проводилось итеративно: время интегрирования разбивалось на участки по $\Delta T = 3.5$ млн лет. На каждом участке с шагом $\Delta t = 1.4 \cdot 10^{10}$ с вычислялись новые положения и скорости, расстояние Солнца R_s до центра Галактики и угловая скорость $\Omega_s = V_y/R_s$. В течение итерации точка диска $(0,0)$ в системе отсчёта Солнца движется в системе отсчёта галактического диска вокруг центра Галактики с угловой скоростью Солнца Ω_s на расстоянии R_s ; значения этих величин задавались в начале итерации. В конце участка выполнялись поворот и сдвиг координат, чтобы снова поместить Солнце в точку $(0,0)$ с сохранением $Z_{\odot}$. Для нового расстояния R'_s вновь определялись параметры полиномиальной модели четвёртого порядка, как и для исходного каталога. Этот алгоритм позволяет

сохранить искривление диска во времени с учётом его общего вращения; малый шаг обеспечивает точность переопределения модели.

Траектории интегрировались методом Рунге – Кутты четвёртого порядка. Этот метод не обеспечивает точного сохранения полной удельной энергии движущегося объекта, хотя при небольшом шаге относительное изменение энергии можно удерживать на уровне 10^{-12} . Цель работы состоит не в определении положений объектов с предельно высокой точностью, как, например, при исследовании хаотичности или регулярности траекторий, а в оценке общей картины смещений, поэтому такой метод допустим. Кроме того, точность приведённых в каталоге кинематических данных ограничена: встречается множество отклонений, хотя для большинства звёзд значения правдоподобны.

Орбиты исследовались не для всех цефеид каталога, а только для объектов, находившихся на момент начала расчёта не далее 6 кпк от Солнца. Из-за ограничений вычислительных ресурсов рассматривалась половина звёзд исходного каталога в этой области. Ограничение расстояния также уменьшало влияние разлетевшихся звёзд на оценку формы диска. Далёкие объекты представлены в каталоге неполно, а ошибки их расстояний могут быть велики. Кроме того, объекты вблизи центра Галактики нельзя корректно рассматривать без учёта влияния бара на орбиты. Модели потенциала бара описаны, например, в [8], однако их использование потребовало бы существенной переработки алгоритма и оставлено для будущей работы.

Такое моделирование лишь приближённо описывает реальную систему: распределение цефеид определяет искривление поверхности, тогда как используемый потенциал обладает осевой симметрией. Тем не менее, вычислительный эксперимент позволяет оценить порядок величины смещения линии узлов диска.

5. Результаты

На рис. 2 представлена модель ζ_4 : она достаточно подробно описывает основные особенности диска и не является избыточной. Заметны повышение уровня поверхности в верхней части графика и понижение в нижней. Сходная форма поверхности отмечена другими авторами по разным объектам, трассирующим диск (см., например, [9; 10]). Тем не менее, надёжными можно считать результаты лишь на расстояниях не более 6–8 кпк от Солнца: наблюдаемая выборка неполна, а ошибки расстояний увеличиваются с расстоянием.

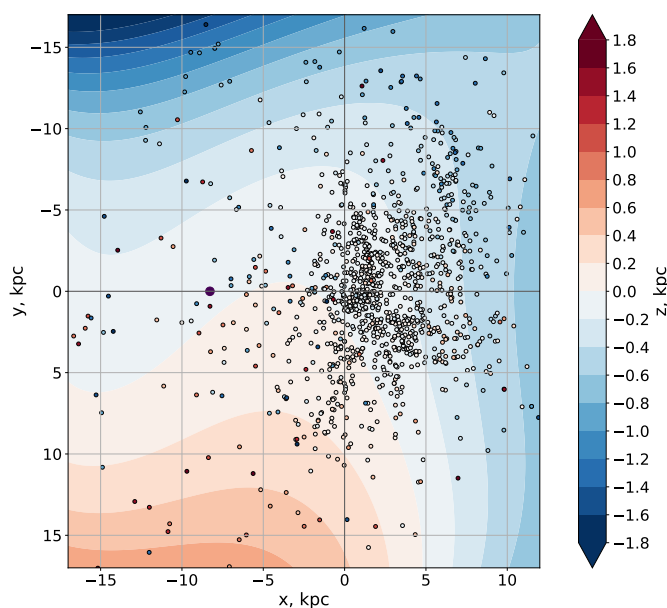


Рис. 2. Распределение цефеид и модель четвёртого порядка. Солнце находится в начале координат, тёмным кружком отмечен центр Галактики. Ось X направлена в сторону, противоположную направлению на центр Галактики

Значения коэффициентов z_{ij} приведены в таблице 2. Размерность каждого коэффициента равна кпк^{-i-j} . Оценка характерной полутолщины диска σ_p приведена в кпк. Данные основаны на всём каталоге после исключения объектов с $|Z| > 2$ кпк и ошибкой модуля скорости более 15 км/с. Несколько коэффициентов четвёртого порядка отличаются от нуля более чем на 3σ ; следовательно, модель четвёртого порядка не является избыточной.

В ходе динамического моделирования было, в частности, определено изменение параметра z_{00} со временем (рис. 4); полосы погрешностей показывают среднеквадратичные отклонения. Значимого изменения величины z_{00} на масштабе четверти периода вращения Солнца вокруг центра Галактики не обнаружено.

Для нескольких итераций приведены распределения объектов в проекции на галактическую плоскость (рис. 3); цветом показаны Z -координаты. Наблюдается значительный разлёт звёзд по диску вдоль направления вращения, который может быть обусловлен, в частности, ошибками лучевых скоростей и собственных движений. Тем не менее, значительных искажений структуры в области, очерчиваемой цефеидами, не наблюдается.

Существенных отклонений от приблизительно плоской структуры в области надёжных расстояний не наблюдается. При этом локальные экстремумы могут появляться и исчезать.

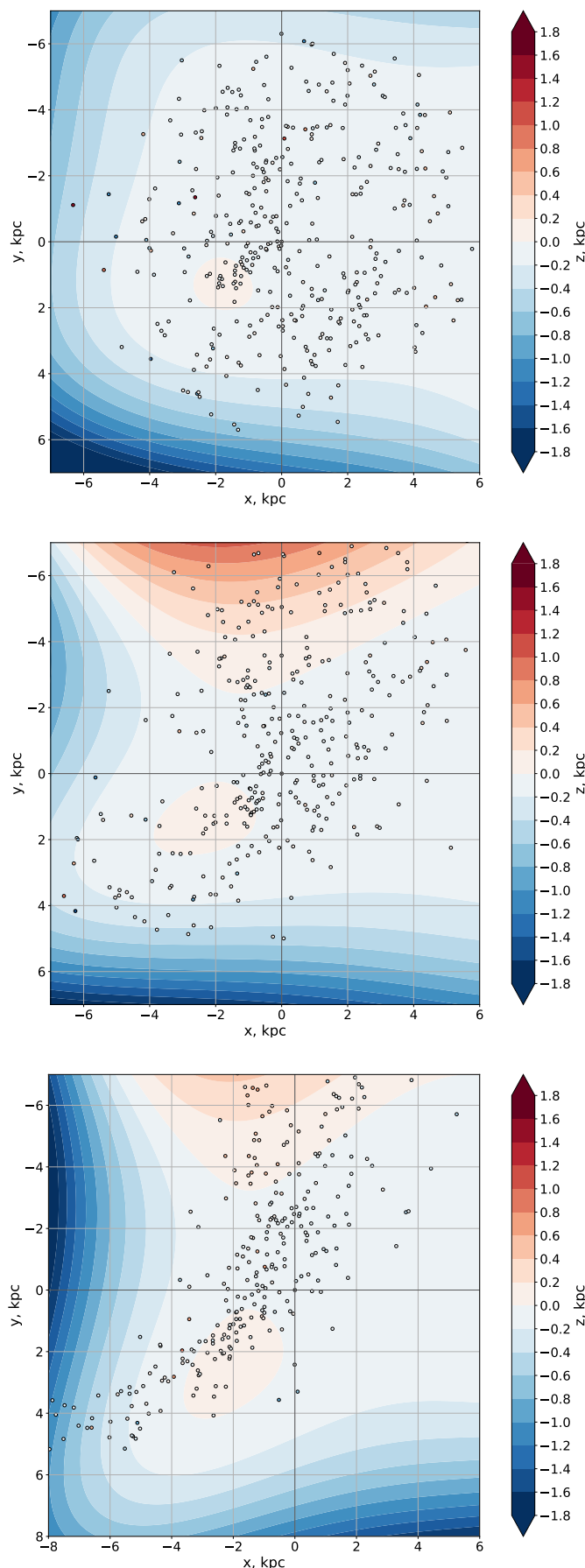


Рис. 3. Распределение объектов в ограниченной по расстоянию выборке после 2, 10 и 20 итераций (сверху вниз) продолжительностью $\Delta T = 3.5$ млн лет каждая

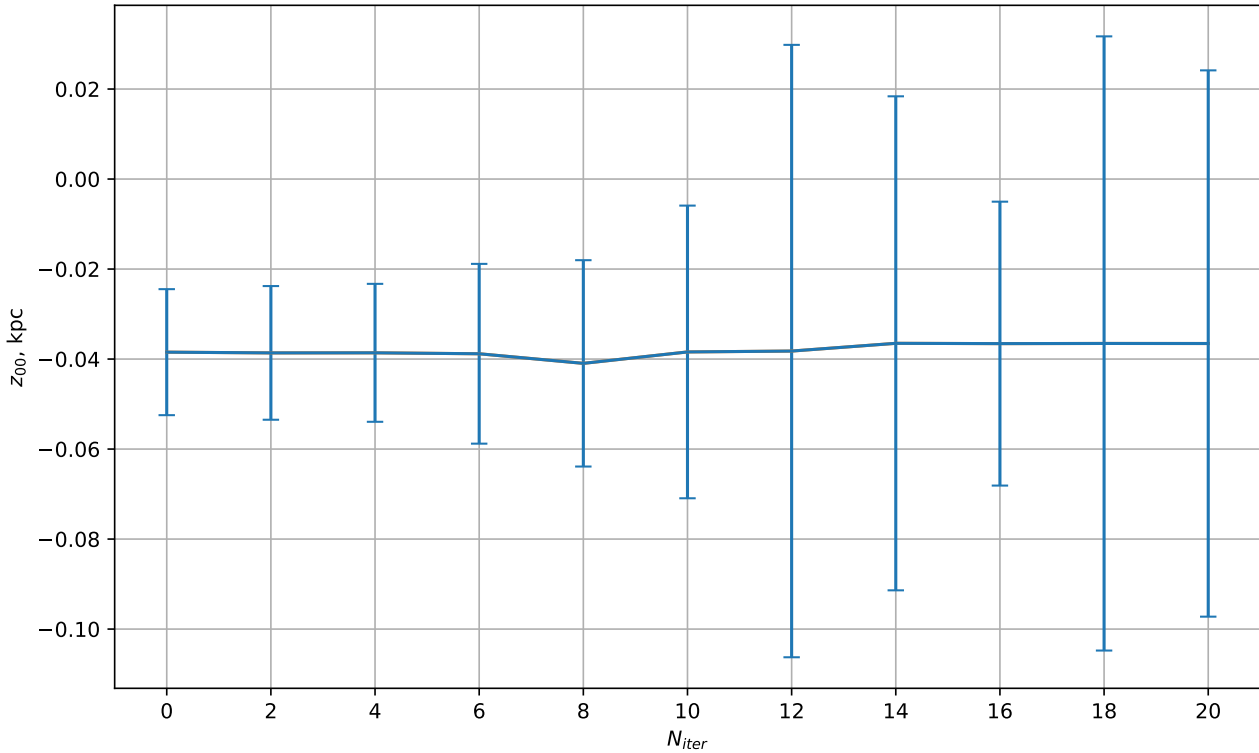


Рис. 4. Зависимость z_{00} от номера итерации, соответствующая эволюции во времени. Каждая итерация охватывает интервал $\Delta T = 3.5$ млн лет. Отличие от текущего значения статистически незначимо

Таблица 2. Оптимальные параметры модели четвёртого порядка. Размерность коэффициента z_{ij} равна кпк^{-i-j} ; оценка характерной толщины диска σ_p приведена в кпк

Параметр	Оценка	Параметр	Оценка
σ_p	0.231	z_{21}	$-4.25 \cdot 10^{-5} \pm 1.29 \cdot 10^{-5}$
z_{00}	$-3.738 \cdot 10^{-2} \pm 6.70 \cdot 10^{-4}$	z_{12}	$6.53 \cdot 10^{-5} \pm 1.26 \cdot 10^{-5}$
z_{10}	$-2.669 \cdot 10^{-2} \pm 2.67 \cdot 10^{-4}$	z_{03}	$8.86 \cdot 10^{-5} \pm 6.10 \cdot 10^{-6}$
z_{01}	$1.650 \cdot 10^{-2} \pm 8.87 \cdot 10^{-4}$	z_{40}	$7.46 \cdot 10^{-6} \pm 2.70 \cdot 10^{-7}$
z_{20}	$-3.642 \cdot 10^{-3} \pm 8.88 \cdot 10^{-5}$	z_{31}	$1.59 \cdot 10^{-6} \pm 8.66 \cdot 10^{-7}$
z_{11}	$-1.296 \cdot 10^{-3} \pm 1.22 \cdot 10^{-4}$	z_{22}	$-3.56 \cdot 10^{-8} \pm 1.07 \cdot 10^{-6}$
z_{02}	$1.797 \cdot 10^{-4} \pm 9.36 \cdot 10^{-5}$	z_{13}	$-8.15 \cdot 10^{-6} \pm 8.68 \cdot 10^{-7}$
z_{30}	$1.94 \cdot 10^{-5} \pm 5.05 \cdot 10^{-6}$	z_{04}	$-3.65 \cdot 10^{-6} \pm 3.78 \cdot 10^{-7}$

6. Обсуждение

Выполненное моделирование направлено на исследование искривления диска Млечного Пути, его параметров и возможной эволюции. Полноценное исследование связано с рядом трудностей: необходимо учитывать неполноту выборки и сопоставлять оценки

скоростей и расстояний из разных работ. Изучение смещения линии узлов со временем потребует модели «живого» потенциала, учитывающей также влияние галактик-спутников и несферичность гало. Исследование эволюции формы диска требует обоснования выбора модели и сравнения результатов для разных вариантов потенциала.

Выбранная упрощённая модель применима лишь в окрестностях Солнца, поскольку погрешность определения формы диска на больших расстояниях быстро увеличивается для полиномов высоких степеней, а при моделировании эволюции нарастает со временем. Звёзды, угловые скорости которых в плоскости (X, Y) отличаются от солнечной, в течение одной итерации могли выйти за доверительную область модели поверхности. Строгое рассмотрение динамики также потребует тщательного моделирования влияния неопределённостей кинематических параметров цефеид.

Полученная в работе оценка отклонения Солнца от средней поверхности диска ($|z_{00}| = 37$ пк) сопоставима по порядку величины с современными оценками. Дальнейшая работа над задачей требует усовершенствования алгоритма обработки данных с использованием современных статистических методов.

7. Методическая значимость работы

С точки зрения педагогики и методики можно выделить следующие особенности проекта.

Междисциплинарность. В работе объединены астрономия (строение Галактики, типы переменных звёзд), физика (уравнения движения, выбор потенциала), математика (приближение поверхности полиномом, метод наибольшего правдоподобия), информатика (реализация метода интегрирования) и владение иностранным языком (часть исходных статей учащийся читал на английском). Это позволило учащемуся применить знания из разных школьных предметов в рамках единой задачи.

Профориентационный эффект. Освоение инструментов современного учёного включало работу с реальным каталогом наблюдательных данных, критическую оценку влияния погрешностей, понимание несамосогласованности задачи интегрирования траекторий.

Роль научного руководителя. Руководитель определил общую структуру задачи, выбрал модель потенциала и критерии отбора данных, а также методически обосновал упрощения модели; учащийся самостоятельно реализовал численное интегрирование, обработку каталога и анализ погрешностей. Такое «разделение труда» позволило учащемуся сосредоточиться на ключевых вычислительных этапах, не углубляясь в сложные для школьного уровня детали, и при этом получить содержательный результат.

Полученные результаты не противоречат литературным данным, однако главным итогом работы можно считать демонстрацию того, что мотивированный школьник способен воспроизвести и частично модифицировать методологию взрослой научной статьи при условии методически продуманной редукции сложности.

8. Заключение

По каталогу классических цефеид построена полиномиальная модель средней поверхности диска Галактики и получена оценка смещения Солнца $z_0 = -37.4 \pm 0.7$ пк. В рамках принятой осесимметричной модели потенциала значимой эволюции искривления диска за рассмотренный интервал не обнаружено. Результат следует считать предварительным: его уточнение требует согласования источников исходных координат и скоростей, учёта их неопределённостей, проверки устойчивости к отбору объектов и сравнения нескольких моделей потенциала.

Проект показал, что при методической поддержке школьник может выполнить основные этапы вычислительного исследования с реальными астрономическими данными.

Рекомендованная литература. Для подробного ознакомления с предметом и методами исследования авторы рекомендуют следующие источники:

[11] — полноценный учебник для мотивированных школьников с сильной математической подготовкой и студентов младших курсов;

[4] — учебник для мотивированных школьников с сильной математической подготовкой и студентов; в главах 4 и 5 изложены соответственно принцип максимального правдоподобия и метод наименьших квадратов;

[12] — учебное пособие для студентов и школьников с углублённой математической подготовкой;

[8] — книга по динамике галактик, доступная для изучения после освоения основ математического анализа;

[13] — учебное пособие для заинтересованных старшеклассников и студентов;

[14] — практическое руководство по статистическим методам в астрономии.

Список литературы

- [1] An Intuitive 3D Map of the Galactic Warp's Precession Traced by Classical Cepheids / X. Chen [и др.] // *Nature Astronomy*. 2019. Т. 3. С. 320–325. DOI: 10.1038/s41550-018-0686-7.
- [2] A Detailed Analysis of the Milky Way Warp Based on Classical Cepheids / X. Zhou [и др.] // *The Astrophysical Journal*. 2025. Т. 989, № 2. DOI: 10.3847/1538-4357/adee1b.
- [3] Nikiforov I. I., Usik V. A., Veselova A. V. Modeling the Vertical Distribution of the Milky Way's Flat Subsystem Objects // *Research in Astronomy and Astrophysics*. 2023. Т. 23, № 1. DOI: 10.1088/1674-4527/aca887.
- [4] Худсон Д. Статистика для физиков: лекции по теории вероятностей и элементарной статистике. 2-е изд. Москва : Мир, 1970. 296 с.
- [5] Веселова А. В. Гравитационные потенциалы в галактической динамике: модели и задачи // *Астрономическое образование*. 2026. Т. 1, № 1. С. 36–46.
- [6] Bajkova A. T., Bobylev V. V. Orbits of 152 globular clusters of the Milky Way galaxy constructed from Gaia DR2 // *Research in Astronomy and Astrophysics*. 2021. Т. 21.
- [7] Nikiforov I. I., Sobolev P. S., Veselova A. V. Velocities-Distance Optimization of the Rotation Model of a Homogeneous Flat Subsystem of Galactic Objects: Masers // *Modern Astronomy: From the Early Universe to Exoplanets and Black Holes*. 2024. С. 395–400. DOI: 10.26119/VAK2024.073.

- [8] *Binney J., Tremaine S.* Galactic Dynamics. 2-е изд. Princeton : Princeton University Press, 2008. 903 с. ISBN 978-0-691-13027-9.
- [9] A Three-Dimensional Map of the Milky Way Using Classical Cepheid Variable Stars / D. M. Skowron [и др.] // *Science*. 2019. Т. 365, № 6452. С. 478–482. DOI: 10.1126/science.aau3181.
- [10] *Герасимов А. Г., Петровская И. В.* Кривая вращения во внешней области Галактики // *Кинематика и физика небесных тел*. 1990. Т. 6, № 5. С. 17–24.
- [11] *Агекян Т. А.* Теория вероятностей для астрономов и физиков. Москва : Наука, 1974. 264 с.
- [12] *Расторгуев А. С., Заболотских М. В., Дамбис А. К.* Кинематика населения Галактики : Учебное пособие по курсу «Галактическая астрономия» / ГАИШ МГУ. 2010. URL: <http://lnfm1.sai.msu.ru/~milkyway/Study/Kinematics.pdf>.
- [13] *Самусь Н. Н.* Переменные звёзды : Учебное пособие по курсу «Астрономия» / ГАИШ МГУ. URL: <http://heritage.sai.msu.ru/ucheb/Samus/index.html>.
- [14] *Wall J. V., Jenkins C. R.* Practical Statistics for Astronomers. 2-е изд. Cambridge : Cambridge University Press, 2012. 374 с. (Cambridge Observing Handbooks for Research Astronomers ; 8). ISBN 978-0-521-73249-9. DOI: 10.1017/CBO9781139031998.

Астрономическое образование, 2026. Материал предоставлен на условиях лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (С указанием авторства — С сохранением условий). Разрешено свободно делиться (обмениваться) — копировать и распространять материал на любом носителе и в любом формате в любых целях, включая коммерческие; адаптировать (создавать производные материалы) — делать ремиксы, видоизменять и создавать новое, опираясь на этот материал в любых целях, включая коммерческие; при условии обеспечения соответствующего указания авторства, предоставления ссылки на лицензию и обозначения изменений, если таковые были сделаны. Производные материалы должны распространяться на таких же условиях.

Моделирование радиальных колебаний Солнца

А. О. Мохов*

Юношеская математическая школа, г. Санкт-Петербург



Астрономическое
образование

2026, № 2

Аннотация

В учебно-исследовательском проекте построена дискретная одномерная модель радиальных колебаний Солнца: радиальный сектор звезды разбивается на блоки, а давление газа между соседними блоками описывается нелинейными «газовыми пружинами». Частоты и формы свободных колебаний находятся как собственные значения и собственные векторы в матричной задаче. Для наиболее низкочастотной моды получен период около $4.3 \cdot 10^3$ с; наибольшие смещения в этой моде приходятся на наружные слои модели. Результаты модального анализа дополнительно проверены прямым интегрированием уравнений движения методом Leapfrog.

Исследовательский проект выполнен А. О. Моховым под научным руководством А. В. Веселовой в 2025/2026 учебном году.

Учебно-исследовательская деятельность

Ключевые слова:

Солнце, гелиосейсмология, численное моделирование, колебания, собственные моды, численное интегрирование

*aleksandr.o.mokhov@mail.ru

1. Введение

Солнце не является идеально стационарным объектом. Солнечные пятна, вспышки и другие проявления солнечной активности (включая аномалии, зафиксированные в геологической летописи Земли) показывают, что его состояние изменяется, причём часть процессов носит периодический характер.

Первые достоверные наблюдения солнечных колебаний были опубликованы в 1962 году: по доплеровским измерениям скорости были обнаружены квазипериодические колебания с периодами около 5 минут [1]. Впоследствии их интерпретировали как стоячие акустические волны [2]. В гелиосейсмологии солнечные колебательные моды различают по основной возвращающей силе: выделяют акустические p -моды, гравитационные g -моды и поверхностно-гравитационные f -моды.

В этой работе моделируются радиальные колебания Солнца. Можно предположить, что различные случайные факторы влияют на такой вид колебаний слабее всего, а сами колебания могут отражать значимые крупномасштабные процессы, происходящие на Солнце. Вместе с тем, сами колебания, как определённый вариант «перестройки» внутренней структуры Солнца, могут индуцировать иные периодические процессы.

Грубую оценку характерного периода колебаний можно получить, считая Солнце однородным шаром, колебания которого определяются гравитацией и давлением газа [3]. В такой модели круговая частота радиальных колебаний составляет¹ примерно $\omega \approx 6.28 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$, что соответствует периоду колебаний порядка 10^4 с.

В литературе приводятся разные наблюдаемые периоды солнечных колебаний (от около 5 мин до 20–40 мин), а также амплитуды порядка 20 км [4]. В работах [5; 6] сообщалось о колебаниях с периодом 160 мин.

Цель работы — построить простую дискретную модель радиальных колебаний Солнца, определить периоды и формы её свободных мод, проверить численную сходимость и сопоставить модальный анализ с прямым интегрированием уравнений движения.

Поступило в редакцию	27.05.2026
После доработки	10.06.2026
В печать	26.06.2026
Опубликовано	12.08.2026

ISSN 3033-7917
journal.astroedu.ru

2. План исследования

Исследование включало следующие этапы:

1. построение расчётной модели на основе радиальных профилей стандартной модели Солнца;
2. формулировку упрощающих допущений и определение равновесного состояния;
3. вывод и линеаризацию уравнений движения;
4. программную реализацию матричной задачи на языке программирования C++ с использованием библиотеки Eigen [7];
5. проверку сходимости при увеличении числа расчётных блоков;
6. анализ периодов, энергетического критерия и форм мод;
7. прямое интегрирование нелинейных уравнений методом Leapfrog и сравнение результатов с результатами анализа мод.

3. Модель строения Солнца

Модель Солнца охватывает область от центра до верхней границы конвективной зоны, которая принимается за условную поверхность. Схема строения и основные характеристики Солнца приведены на рис. 1 и в табл. 1.

Сидерический период вращения наружных слоёв составляет около 25 сут. на экваторе и 30 сут. вблизи полюсов. Внутренние профили температуры, давления, плотности и скорости звука показаны на рис. 2.

Для оценки давления излучения использованы табличные данные о непрозрачности (рис. 3).

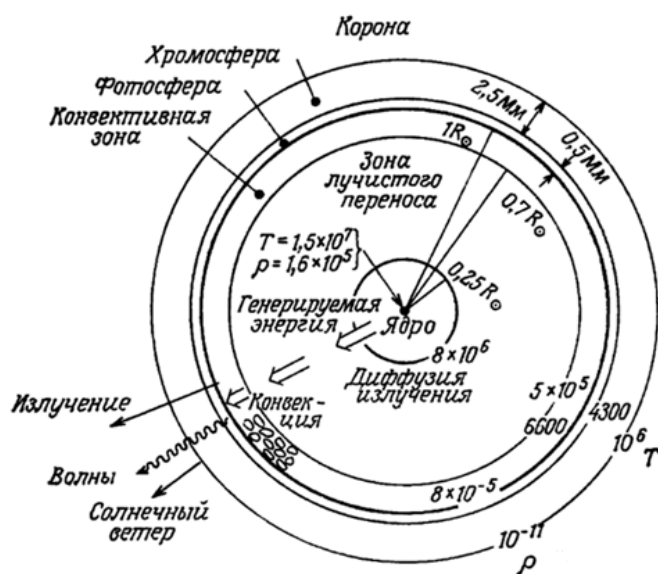


Рис. 1. Внутреннее строение Солнца; температура указана в кельвинах, плотность — в кг/м^3 [8]

Таблица 1. Основные характеристики Солнца [9]

Величина	Значение
Масса $M_{\odot}$	$1.99 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Радиус $R_{\odot}$	$6.96 \cdot 10^8 \text{ м}$
Средняя плотность	$1.41 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Ускорение свободного падения на поверхности	274 м/с^2
Светимость	$3.8 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$

Допущения В дальнейших расчётах приняты следующие допущения:

- вещество Солнца считается идеальным газом;
- рассматриваются только радиальные колебания;
- колебания считаются изотермическими (температура каждого блока постоянна);
- вращением Солнца пренебрегаем;
- в пределах каждого блока ускорение свободного падения и давление излучения считаются постоянными;
- колебания считаются малыми, что позволяет линеаризовать уравнения движения.

4. Равновесное состояние

Из Солнца мысленно выделяется узкий радиальный сектор с телесным углом 1 ср, который разбивается на N блоков равной высоты (рис. 4). Масса каждого блока определяется по радиальному профилю плотности. Давление между соседними блоками представляется действием «газовой пружины».

Для идеального газа

$$PV = \nu RT. \quad (1)$$

Если объём слоя равен $V = Sl$, то сила газового давления

$$F = PS = \frac{\nu RT}{l} = \frac{k}{l}, \quad (2)$$

где l — высота блока, S — площадь его границы, а $k = \nu RT$ — параметр «газовой пружины».

Для i -го блока введём

$$F_{c,i} = m_i g_i - F_{\text{rad},i}, \quad (3)$$

где $m_i g_i$ — сила тяжести, а $F_{\text{rad},i}$ — сила давления излучения. Для каждого блока эти величины считаются постоянными.

Тогда уравнение движения имеет вид

$$m_i \ddot{x}_i = \frac{k_i}{l_i} - \frac{k_{i+1}}{l_{i+1}} - F_{c,i}. \quad (4)$$

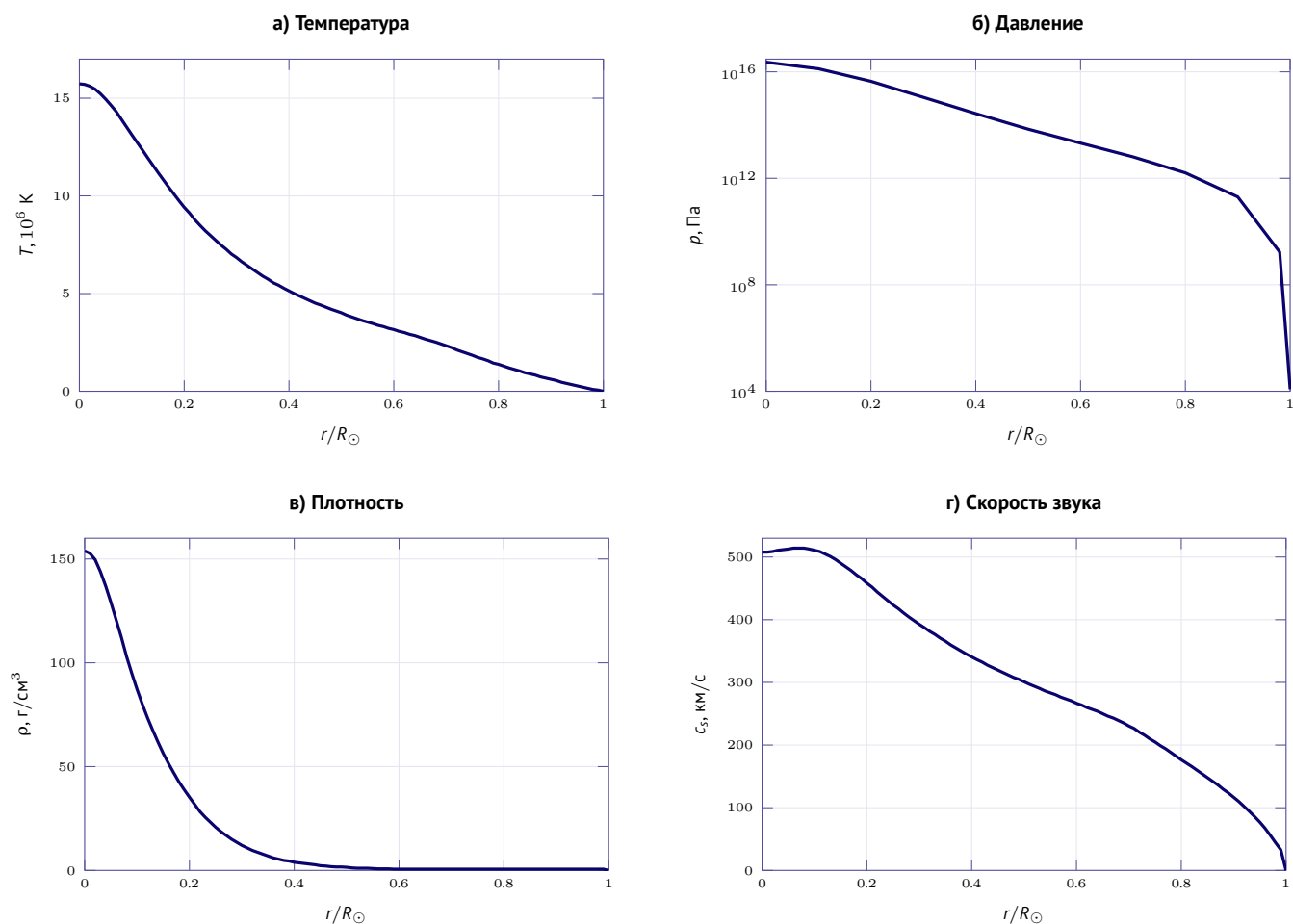


Рис. 2. Радиальные профили параметров модели Солнца: температура, плотность и скорость звука по [10], давление по [9]. Горизонтальная координата нормирована на радиус Солнца

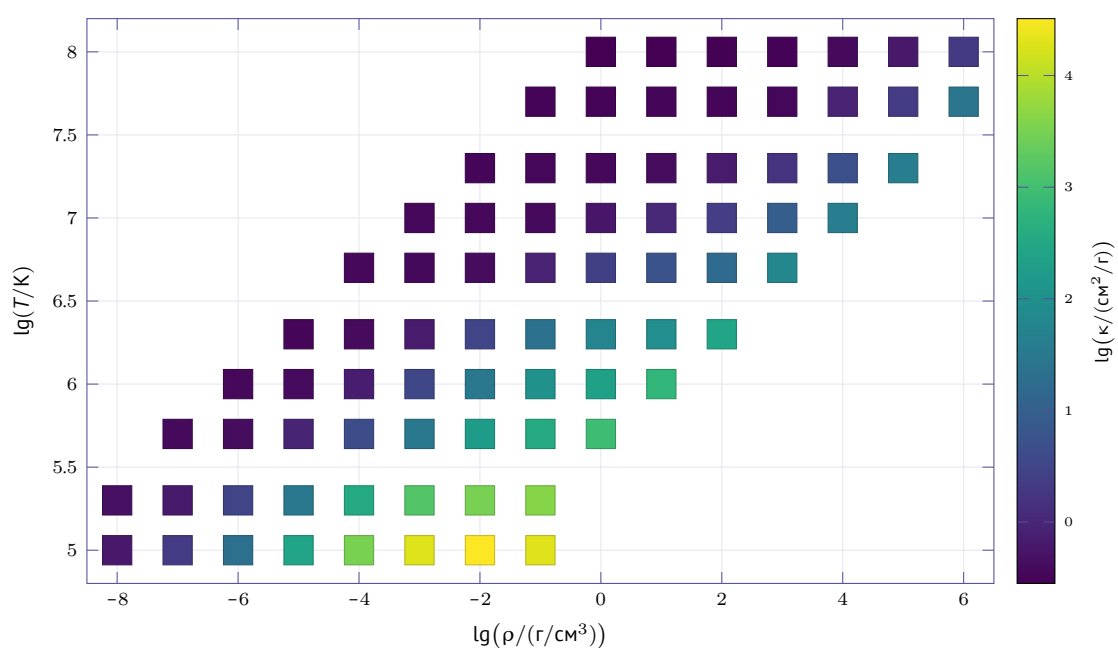


Рис. 3. Зависимость десятичного логарифма коэффициента непрозрачности от температуры и плотности (значение показано цветом) согласно [11]

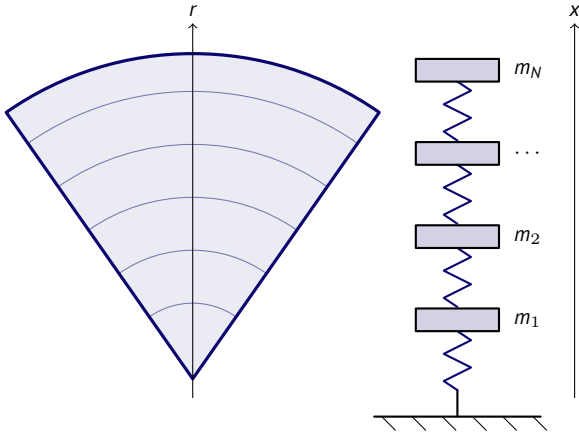


Рис. 4. Дискретизация радиального сектора Солнца и эквивалентная цепочка блоков, связанных «газовыми пружинами»

Для верхнего блока второе слагаемое принимается равным нулю. Параметры k_i находятся последовательно сверху вниз из условия $\ddot{x}_i = 0$, то есть из равновесия каждого блока.

5. Свободные колебания

5.1. Линеаризация и матричная задача

При малом отклонении длины пружины от равновесного значения l_{i0} выражение (2) линеаризуется следующим образом:

$$\frac{k_i}{l_i} \approx -\frac{k_i}{l_{i0}^2} l_i + \frac{2k_i}{l_{i0}}. \quad (5)$$

Обозначим эффективную жёсткость

$$c_i = \frac{k_i}{l_{i0}^2}. \quad (6)$$

Если $q_i = x_i - x_{i0}$ — смещение i -го блока относительно равновесия, то после вычитания уравнения равновесия получаем

$$m_i \ddot{q}_i + (c_i + c_{i+1})q_i - c_i q_{i-1} - c_{i+1} q_{i+1} = 0. \quad (7)$$

Система (7) для $i = 1, \dots, N$ записывается в матрично-векторном виде как

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \mathbf{q} = 0 \quad (8)$$

Подстановка $\mathbf{q} = \boldsymbol{\varphi} \exp(i\omega t)$ сводит задачу к обобщённой задаче поиска собственных значений:

$$\mathbf{C} \boldsymbol{\varphi} = \omega^2 \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}. \quad (9)$$

Для ранжирования мод введён энергетический критерий

$$E_i = \sum_{j=1}^N m_j \varphi_{ij}^2, \quad (10)$$

где φ_{ij} — j -я компонента нормированной формы i -й моды. При заданной максимальной амплитуде $A_{\max}$ оценка максимальной кинетической энергии имеет вид

$$E_{\text{кин, max}} = \frac{E_i}{2} \omega_i^2 A_{\max}^2. \quad (11)$$

5.2. Проверка сходимости

Для оценки влияния дискретизации расчёты проведены при числе блоков от 500 до 20 000. Периоды четырёх наиболее низкочастотных мод приведены в табл. 2.

Таблица 2. Периоды четырёх наиболее низкочастотных мод, с

N	T_4	T_3	T_2	T_1
500	1717.418	2172.589	2834.207	4344.510
5 000	1716.842	2171.860	2833.465	4343.949
10 000	1716.818	2171.824	2833.426	4343.918
15 000	1716.810	2171.812	2833.413	4343.907
20 000	1716.806	2171.806	2833.406	4343.902

Относительное отличие от расчёта при $N = 20\,000$ определялось как

$$\varepsilon_N = \left| \frac{T_N - T_{20\,000}}{T_{20\,000}} \right|. \quad (12)$$

Результат показан на рис. 5.

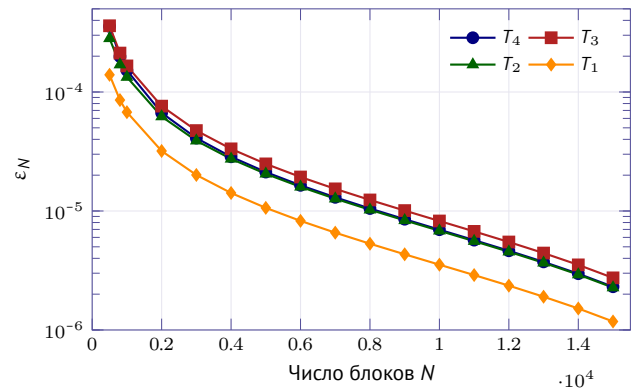


Рис. 5. Относительное отличие периодов от результатов расчёта при $N = 20\,000$; график построен по исходным данным автора.

Для наиболее низкочастотной моды переход от 10 000 к 20 000 блокам изменяет период менее чем на 0.001 %. Дальнейший анализ выполнен по расчёту с 10 000 блоками.

5.3. Периоды, энергетический критерий и формы мод

На рис. 6 приведены периоды и энергетические критерии найденных мод. Многочисленные точки с периодами, близкими к нулю, не демонстрируют сходимости при увеличении числа блоков и интерпретируются как артефакты дискретизации.

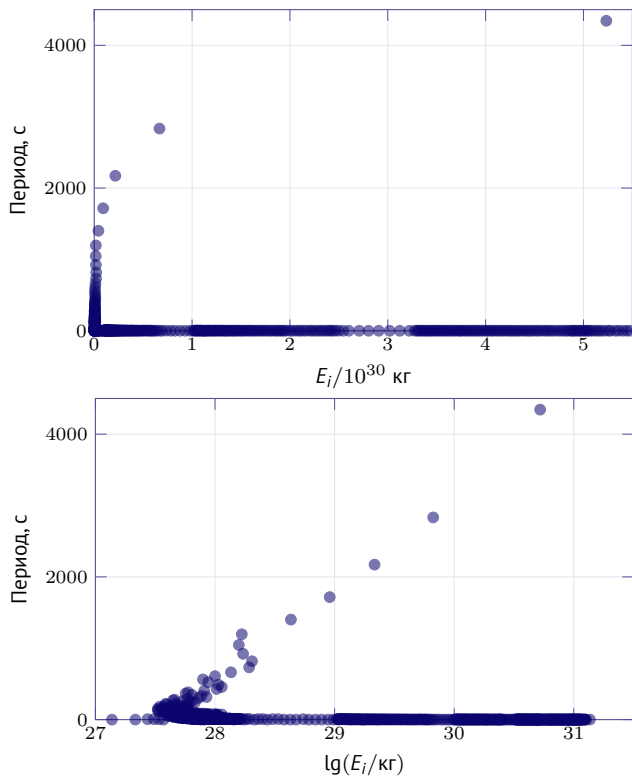


Рис. 6. Энергетические критерии и периоды мод расчётной системы

Наиболее заметный вклад в картину колебаний дают моды с периодами около 4 300, 2 800, 2 200, 1 700 и 1 400 секунд. Формы нескольких мод показаны на рис. 7. Во всех представленных низкочастотных модах нормированная амплитуда возрастает к наружным слоям модели.

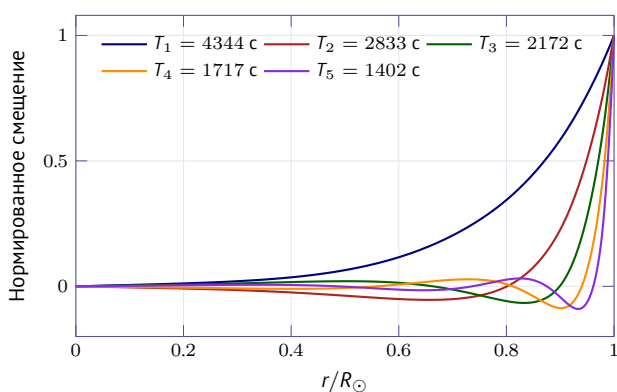


Рис. 7. Нормированные формы нескольких мод в зависимости от расстояния до центра Солнца

Для наиболее низкочастотной моды расчёт даёт $E_i \approx 5.23 \cdot 10^{30}$ кг. При $A_{\max} \approx 20$ км из (11) получается $E_{\text{кин, max}} \approx 2.05 \cdot 10^{33}$ Дж для сектора с телесным углом 1 ср. Умножение на 4π даёт оценку энергии колебания для всего Солнца $\approx 2.6 \cdot 10^{34}$ Дж.

6. Непосредственное численное интегрирование

Для независимой проверки модального анализа исходная нелинейная система (4) интегрировалась методом Leapfrog. Этот симплектический метод хорошо сохраняет энергию консервативной системы на больших временах [12]. На одном временном шаге сначала вычисляются скорости в середине интервала, затем новые координаты, длины пружин и ускорения, после чего обновляются скорости в конце шага.

Проведены две серии расчётов:

1. начальные смещения задавались так, что все равновесные координаты умножались на близкий к единице коэффициент k , то есть $x_i(0) = kx_{i0}$;
2. начальные смещения задавались пропорционально форме выбранной низкочастотной моды.

6.1. Однородное растяжение модели

Использованы $N = 100$ блоков, шаг $\Delta t = 0.01$ с, общее время 10^5 с, интервал записи 100 с.

Выбран коэффициент растяжения $k = 1 + 2 \cdot 10^{-5}$. Верхний блок при этом смещался примерно на 14 км, что близко к $A_{\max}$.

Временные ряды на рис. 8 имеют характерный период около 4 000 с, близкий к результату модального анализа для 100 блоков. В то же время колебание не является одномодовым: в нём, вероятно, присутствует суперпозиция нескольких собственных мод.

6.2. Начальное смещение по форме моды

Во второй серии использованы $N = 100$ блоков, шаг $\Delta t = 0.01$ с, низшая по частоте мода и максимальная начальная амплитуда 10 км. Ожидаемый период составлял $4.35 \cdot 10^3$ с.

На рис. 9 доминирует колебание с таким периодом, полученным при модальном анализе, хотя также заметен вклад других частот. Отклонение от чисто гармонического движения может быть связано с нелинейной зависимостью силы газового давления от длины «пружины».

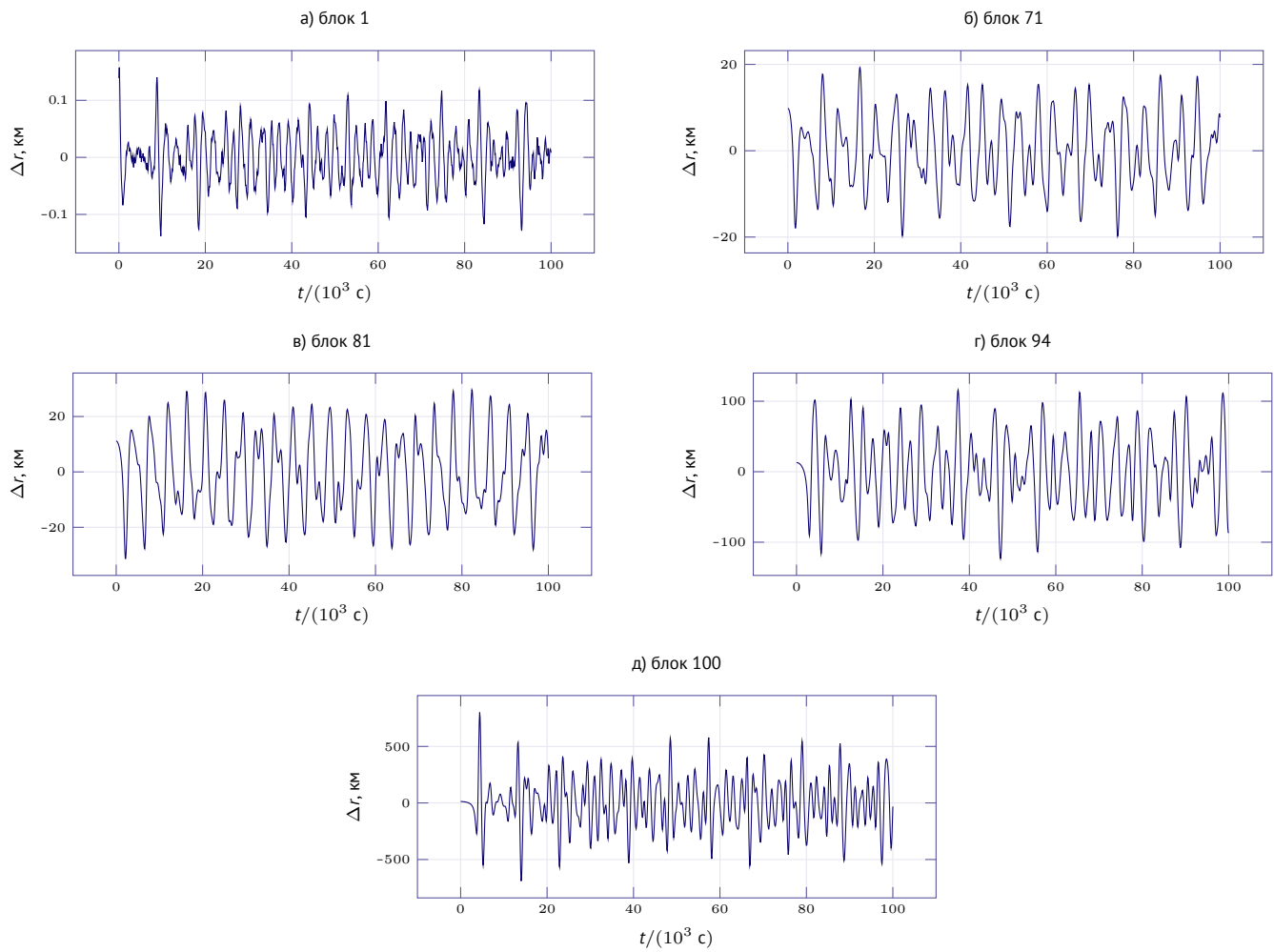


Рис. 8. Смещения выбранных блоков при однородном начальном растяжении расчётной модели

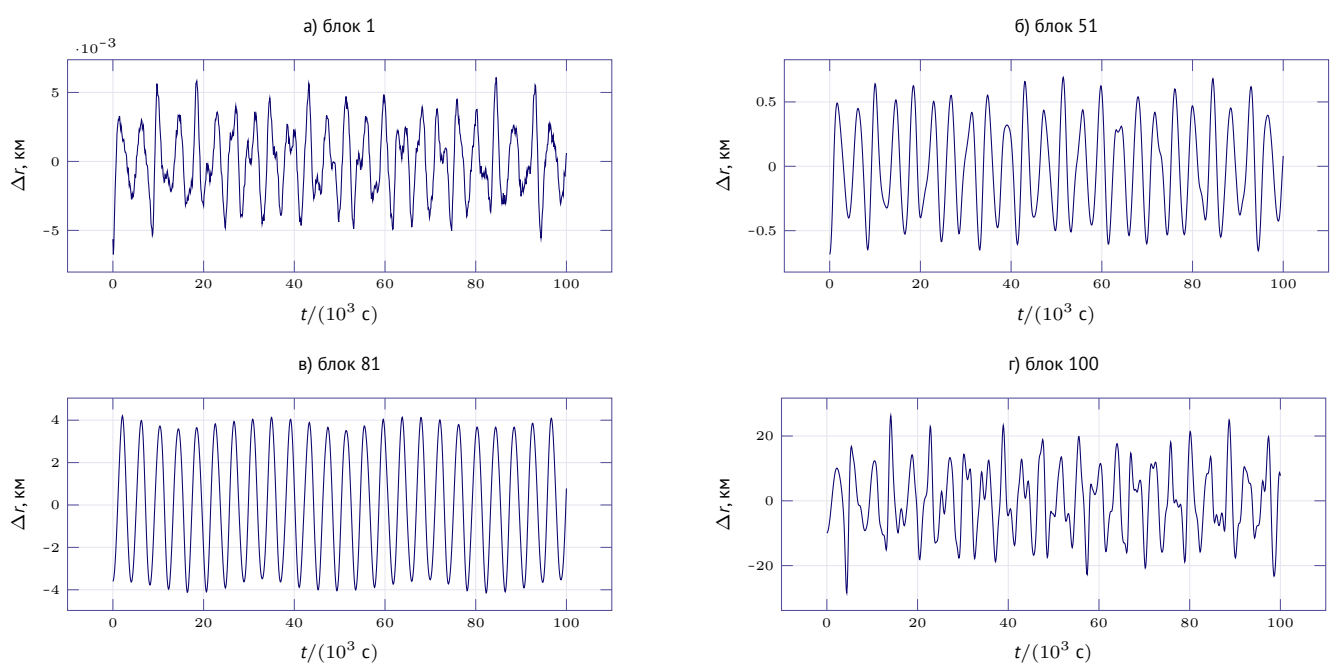


Рис. 9. Смещения выбранных блоков при начальном отклонении, пропорциональном форме низкочастотной моды

7. Обсуждение результатов

Реализованная дискретная модель воспроизводит несколько качественно ожидаемых свойств радиальных колебаний:

- наиболее низкочастотная мода имеет период, порядок которого совпадает с ожидаемым;
- смещения блоков в низкочастотных модах возрастают к наружным слоям.

Полученный период сопоставим с обсуждаемыми в литературе глобальными p -модами [13]. По сравнению с оценкой для однородного шара $\sim 10^4$ с [3] ниспадающий радиальный профиль плотности уменьшает период примерно вдвое.

Вместе с тем модель является «учебной». Она одномерна, не учитывает перенос энергии при возмущении, реалистичные граничные условия. Полученный результат ни в коем случае не претендует на воспроизведение наблюдаемого солнечного спектра.

8. Заключение

Построена дискретная модель радиальных колебаний Солнца и выполнен её модальный анализ. Наиболее низкочастотная мода модели имеет период около 70 мин; её амплитуда максимальна во внешних слоях светила. Проверка при разном числе блоков показала сходимость низкочастотной части спектра, а прямое интегрирование методом Leapfrog подтвердило результаты модального анализа.

Разработанную модель можно попробовать применить для исследования радиальных колебаний других звёзд (для этого потребуется модифицировать лишь несколько функций и глобальных переменных программы).

Благодарности. Автор благодарит А. В. Веселову за научное руководство.

Примечания

1 Подробные расчёты и исходный код приведены в [14].

Список литературы

- [1] Leighton R. B., Noyes R. W., Simon G. W. Velocity Fields in the Solar Atmosphere. I. Preliminary Report // The Astrophysical Journal. 1962. Т. 135. С. 474–499. DOI: 10.1086/147285.
- [2] Alexeev B. V. To the Nonlocal Theory of Variable Stars // Nonlocal Astrophysics: Dark Matter, Dark Energy and Physical Vacuum. Amsterdam : Elsevier, 2017. Гл. 7. ISBN 978-0-444-64019-2.
- [3] Иванов В. В. Физика звёзд. Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный университет, 2018. URL: http://www.astro.spbu.ru/sites/default/files/BOOK_1.pdf.
- [4] Жуежда Ю. Д. Колебания и волны на Солнце / под ред. Р. А. Сюняева. 1986. URL: <https://www.astronet.ru/db/msg/1188371> ; Глоссарий Astronet.ru.
- [5] Observations of Solar Oscillations with Periods of 160 Minutes / P. H. Scherrer [и др.] // Nature. 1979. Т. 277. С. 635–637. DOI: 10.1038/277635a0.
- [6] The Search for Solar Oscillations, 1974 to 1976 / J. R. Brookes [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1978. Т. 184, № 4. С. 759–767. DOI: 10.1093/mnras/184.4.759.
- [7] Eigen contributors. Eigen 3.4 Documentation. URL: <https://eigen.tuxfamily.org/dox/>.
- [8] Пруст Э. Р. Солнечная магнитогидродинамика / пер. с англ. Москва : Мир, 1985. 592 с.
- [9] Кононович Э. В., Мороз В. И. Общий курс астрономии / под ред. В. В. Иванова. 8-е изд., испр. Москва : ЛЕНАНД, 2025. ISBN 978-5-9710-6081-9.
- [10] Kosovichev A. G. Internal Structure. II : PHYS 780: Solar and Solar-Terrestrial Physics. URL: http://sun.stanford.edu/~sasha/PHYS780/SOLAR_PHYSICS/ ; Распоряжением Минюста России от 07.04.2026 № 449-р Стэнфордский университет включён в перечень иностранных и международных организаций, деятельность которых признана нежелательной на территории Российской Федерации. Подробнее на сайте <https://minjust.gov.ru>.
- [11] Аллен К. У. Астрофизические величины. Москва : Мир, 1977.
- [12] Hairer E., Lubich C., Wanner G. Geometric Numerical Integration : Structure-Preserving Algorithms for Ordinary Differential Equations. 2-е изд. Berlin : Springer, 2006. DOI: 10.1007/3-540-30666-8.
- [13] Lopes I. Search for Global f-Modes and p-Modes in the ^8B Neutrino Flux // The Astrophysical Journal Letters. 2013. Т. 777. DOI: 10.1088/2041-8205/777/1/L7. arXiv: 1310.3467.
- [14] Мохов А. О. Исследование радиальных колебаний Солнца. 2026. URL: <https://drive.google.com/file/d/18FZGM2Gg8Ct6G0Eh1eWU4E0xtVB5Rf5u/view> ; отчёт и исходный код.

Астрономическое образование, 2026. Материал предоставлен на условиях лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (С указанием авторства — С сохранением условий). Разрешено свободно делиться (обмениваться) — копировать и распространять материал на любом носителе и в любом формате в любых целях, включая коммерческие; адаптировать (создавать производные материалы) — делать ремиксы, видоизменять и создавать новое, опираясь на этот материал в любых целях, включая коммерческие; при условии обеспечения соответствующего указания авторства, предоставления ссылки на лицензию и обозначения изменений, если таковые были сделаны. Производные материалы должны распространяться на таких же условиях.



Астрономическое
образование

2026, № 2

Астрономические олимпиады

Ключевые слова:

олимпиадные задачи, методика
разработки заданий, сюжетные линейки
задач, дифференциация по уровню
сложности

Сокращения:

ВсОШ — Всероссийская олимпиада
школьников; РПМК — региональная
предметно-методическая комиссия

*belovfa@mail.ru

Линейки задач в комплектах муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по астрономии

Ф. А. Белов^{*1,2}, И. С. Козлова^{1,2}

¹Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

²Лицей прикладных наук имени Д. И. Трубецкого, г. Саратов

Аннотация

В статье представлен краткий анализ дефицитов в работе региональной предметно-методической комиссии и вариант решения проблемы творческого дефицита при разработке комплекта задач муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников, основанный на использовании линеек дифференцированных задач одного сюжета на примере муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по астрономии 2025 года в Саратовской области.

1. Введение

Развитие олимпиадного движения по астрономии в отдельно взятом регионе всегда связано с трудностями, определяемыми спецификой предмета. Основная сложность чаще всего обусловлена малым числом специалистов в области школьной астрономии. Отсюда возникают проблемы формирования региональной предметно-методической комиссии, кадрового обеспечения регулярных кружков и образовательных программ в региональном центре работы с одарёнными детьми, а также комплектования жюри муниципального и регионального этапов.

Трудность формирования жюри, которое занимается проверкой работ соответствующих этапов олимпиады, не является принципиально непреодолимой: опираясь на критерии и авторские решения, достаточно компетентную проверку может реализовать опытный учитель физики. Однако подготовка комплекта задач муниципального этапа — основная задача РПМК — требует творческого подхода, достаточного объёма знаний не только по астрономии в общем, но и по школьной олимпиадной программе, а также опыта подготовки учащихся. Всем этим критериям, как показывает опыт, отвечает сравнительно мало специалистов. За исключением регионов, где существует устоявшаяся школа подготовки олимпиадников и, как правило, широкий авторский коллектив (Москва, Московская область, Санкт-Петербург и Ленинградская область, Новосибирская область и некоторые другие), авторские коллективы зачастую весьма малочисленны. Отсюда возникает постоянная проблема поиска новых идей задач.

Один из подходов, существенно упрощающих работу авторского коллектива, заключается в использовании дифференцированных по уровню линеек задач. Такие задачи посвящены одним и тем же предметным идеям, но содержат разные группы вопросов в зависимости от этапа освоения программы олимпиады и уровня математической подготовки участников соответствующего класса. Идея не нова, и многие опытные коллеги активно её используют. Однако отсутствие методического описания и специальных подборок примеров в литературе делает полезными систематизацию имеющихся прецедентов и обобщение опыта.

Поступило в редакцию 06.06.2026
В печать 30.06.2026
Опубликовано 12.08.2026

ISSN 3033-7917
journal.astroedu.ru

2. Примеры линеек в олимпиадных комплектах

При анализе доступных комплектов заданий регионального и заключительного этапов ВсОШ по астрономии и Олимпиады школьников по астрономии имени В. Я. Струве можно обнаружить немало примеров дифференцированных сюжетных линеек. В табл. 1 представлены подобные задачи из комплектов олимпиады им. Струве.

Таблица 1. Примеры сюжетных линеек в комплектах заданий олимпиады им. Струве

Источник	Год	Примеры задач
III Олимпиада. Региональный этап	2024	«Космические гонки» (задачи 7.2 и 8.2); «Таинственный остров» (задачи 7.3 и 8.3)
II Олимпиада. Региональный этап	2023	«Время теней» (задачи 7.3 и 8.3)
I Олимпиада. Региональный этап	2022	«В одну линию» (задачи 7.3 и 8.3)
II Олимпиада. Заключительный этап	2023	«Глобулы Бока» (задачи 7.3 и 8.3); «Где карта, Билли?» (задачи 7.1 и 8.1); «Жирафы» (задачи 7.4 и 8.4)
III Олимпиада. Заключительный этап	2024	«Все ходы записаны» (задачи 7.6 и 8.6)
IV Олимпиада. Заключительный этап	2025	«Да-да, созвездие Кота» и «Живите сегодняшним днём!» (задачи 7.5 и 8.5)
V Олимпиада. Региональный этап	2026	«Солнечный парад земной группы» (задачи 7.5 и 8.5)

Такие же линейки неоднократно встречались на региональном и заключительном этапах ВсОШ для 9–11-х классов. Например, на заключительном этапе VII Российской олимпиады школьников по астрономии и физике космоса 2000 года общую сюжетную основу имели задача № 4 для 8–9-х классов, задача № 5 для 9 класса и задача № 4 для 10 класса. В материалах 2000–2020 годов нередко встречаются и «задачи-клоны», включаемые в комплекты разных классов без изменений. Они тоже экономят творческие силы авторских коллективов, но, на наш взгляд, менее интересны с методической точки зрения, поскольку не демонстрируют развитие астрономического знания по мере подготовки школьника: от старта в 5–6-х классах через программу олимпиады имени В. Я. Струве для 7–8-х классов к ВсОШ для 9-го и старших классов.

3. Примеры дифференциации заданий по уровню (классу участия)

Ниже мы показываем варианты, в которых сюжетная линия охватывает более двух классов или даже распространяется на значительную часть комплекта задач муниципального этапа. При этом условия не дублируются полностью: набор вопросов и отдельные элементы условия дифференцированы в зависимости от уровня подготовки участников. Подготовить несколько вариаций одной задачи, меняя её сложность и направленность, в большинстве случаев существенно проще, чем искать отдельную идею для каждой задачи каждого класса. Приведённые далее примеры взяты из материалов муниципального этапа ВсОШ по астрономии 2025 года в Саратовской области.

3.1. Внутренняя область Солнечной системы

Первый пример – задача «Внутренняя область Солнечной системы». Для участников 7-го и 8-го классов она была практико-ориентированной. Задачи такого типа мы несколько лет подряд включаем в заключительную часть муниципального комплекта, чтобы готовить участников к практическим заданиям регионального и заключительного этапов. В комплекте 9 класса задача приобрела теоретический характер и была помещена в первую часть.

Задача 7.6. Внутренняя область Солнечной системы

На схеме внутренней области Солнечной системы показаны круговые орбиты четырёх ближайших к Солнцу планет и отмечены положения, которые планеты занимают в некоторый момент времени. Солнце расположено в центре системы орбит. Радиусы орбит показаны в масштабе, соответствующем реальным пропорциям. Пользуясь схемой (рис. 1) и таблицей характеристик орбит планет в справочных материалах, определите:

1. названия планет, обозначенных цифрами 1–4;
2. планету, которая в указанной на схеме конфигурации доступна для визуальных наблюдений;
3. минимальные расстояния между Землёй и тремя другими планетами, достигаемые в процессе их движения.

В комплекте для 8 класса условие и чертёж были такими же, но большинство вопросов изменилось, поскольку программа позволяет рассмотреть более сложные аспекты.

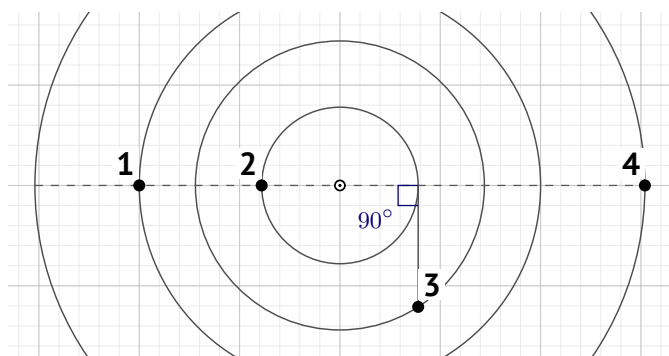


Рис. 1. Схема к задаче «Внутренняя область Солнечной системы». Радиусы орбит показаны в пропорциях, соответствующих средним расстояниям планет от Солнца

Задача 8.6. Внутренняя область Солнечной системы

Пользуясь схемой на рис. 1 и таблицей характеристик орбит планет в справочных материалах, определите:

1. названия планет, обозначенных цифрами 1–4;
2. типы конфигураций трёх других планет по отношению к наблюдателю на Земле;
3. расстояния в астрономических единицах от Земли до каждой из трёх других планет;
4. масштаб представленного чертежа.

В комплекте для 9 класса задача имела следующий вид:

Задача 9.2. Планеты земной группы

В некоторый момент времени планеты земной группы оказались расположены так, что:

- Меркурий находится в нижнем соединении для земного наблюдателя;
- Марс находится в соединении для земного наблюдателя;
- Венера занимает такое положение, что оказалась бы в квадратуре для Меркурия, если бы он находился в диаметрально противоположной точке своей орбиты.

Орбиты считайте круговыми; их радиусы приведены в таблице характеристик орбит планет в справочных материалах. Изобразите схему взаимного расположения перечисленных планет на одном чертеже и определите расстояния в астрономических единицах от Земли до каждой из трёх других планет.

В этой версии чертёж участнику не предлагался: его и соответствующие конфигурации требовалось воспроизвести в решении. Критерии оценивания и авторские решения приведены в опубликованном комплекте [1].

4. Расстояния между точками на поверхности Земли

Второй пример сюжетной линейки связан с определением расстояний между объектами на поверхности Земли.

Задача 7.3. От джунглей Амазонии до песков Сахары

Определите, на каком расстоянии друг от друга находятся два астронома-наблюдателя, если они ведут наблюдения из точек на поверхности Земли с географическими координатами 0° с. ш., 78.6° з. д. и 0° с. ш., 11.4° в. д.

Для 7 класса выбраны объекты на экваторе. Сумма модулей долгот равна $78.6^\circ + 11.4^\circ = 90^\circ$, поэтому расстояние между точками составляет четверть длины земного экватора, то есть примерно 10 000 км.

Задача 8.3. Протяжённость Африки

Африканский континент — второй по размерам после Евразии. Самая западная точка Африки — мыс Альмади, расположенный на полуострове Кап-Вер (Зелёный Мыс) в Сенегале, в черте столицы Дакара. Координаты мыса: $14^\circ 44'$ с. ш. и $17^\circ 31'$ з. д. Самая восточная точка Африки — мыс Рас-Хафун в Сомали. Он выдаётся в Индийский океан и имеет координаты $10^\circ 25'$ с. ш. и $51^\circ 16'$ в. д. Определите по этим данным примерную протяжённость африканского континента с запада на восток в километрах.

В этой версии задачи широты объектов различаются. Однако для требуемой оценки использовать сферическую тригонометрию необязательно: разность широт невелика, а получаемый результат достаточно близок к справочному значению 7 385 км. Допускается решение, в котором расположенные вблизи экватора точки считаются имеющими примерно равную широту. Тогда расстояние между ними оценивается по соответствующей доле длины земного экватора:

$$\frac{17^\circ 31' + 51^\circ 16'}{360^\circ} \approx 0.191,$$

$$0.191 \times 40\,000 \text{ км} \approx 7\,640 \text{ км}.$$

Поскольку длина параллели на широтах от $10^\circ 25'$ до $14^\circ 44'$ несколько меньше длины экватора, расчёт можно уточнить, введя поправочный коэффициент

$$\cos\left(\frac{10^\circ 25' + 14^\circ 44'}{2}\right) = \cos 12.575^\circ \approx 0.976,$$

$$7\,640 \text{ км} \times 0.976 \approx 7\,500 \text{ км}.$$

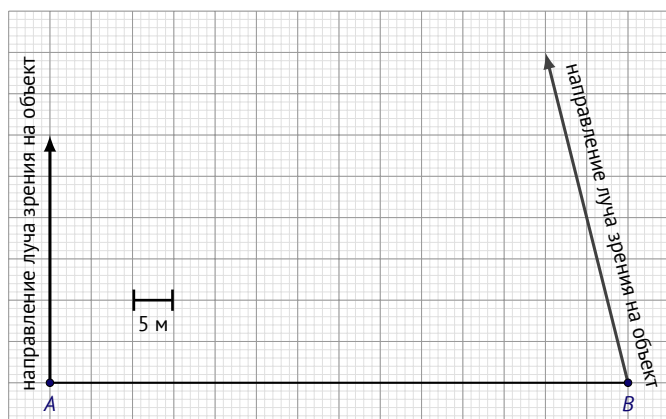


Рис. 2. Схема к задаче 9.6 «Параллактическое смещение»

Если восьмиклассник приводил такой расчёт, ему выставлялся полный балл. Вместе с тем поправка не была обязательной.

В комплектах для 9-го и 10-го классов к задаче «Протяжённость Африки» был добавлен вопрос о количестве часовых поясов, пересекающих континент. Кроме того, критерии уже требовали учитывать уменьшение длины параллели при удалении от экватора (фактор косинуса широты): полный балл старшеклассники могли получить только за обоснованный результат около 7 500 км.

4.1. Параллактическое определение расстояния

Практические задачи для 9–11-х классов также были дифференцированы по сложности, оставаясь в рамках общего сюжета.

Задача 9.6. Параллактическое смещение

Методом параллактического смещения экспериментатор определяет расстояние до объекта наблюдения — высокого дерева на другом берегу реки, которую невозможно перейти или переплыть. Для этого он выбрал на ровной поверхности земли параллактическую базу, показанную на рис. 2 горизонтальным отрезком АВ. Наблюдая из разных концов базы, экспериментатор видит, что направление луча зрения на дерево меняется так, как показано на схеме. Определите расстояние от точки А до дерева и его высоту, если угловой размер дерева от основания до верхушки при наблюдении из точки А равен $12^\circ 30'$. В масштабе чертежа одна маленькая клетка соответствует 1 м на местности.

Для 10-го и 11-го классов были изменены углы, под которыми наблюдатель видит дерево: в схеме уже нет прямого угла, поэтому вычисления несколько усложняются.

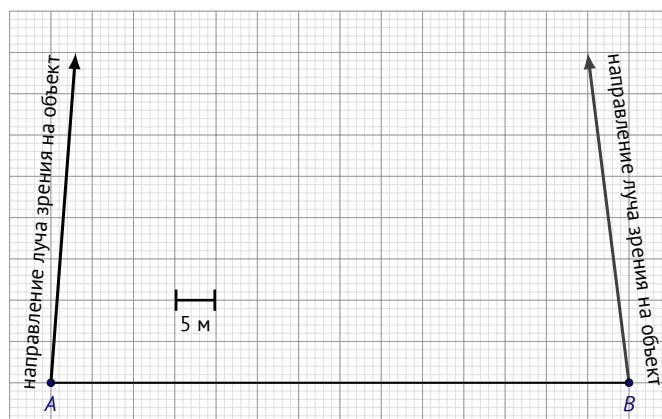


Рис. 3. Схема к задачам 10.6 и 11.6 «Параллактическое смещение»

Задачи 10.6 и 11.6. Параллактическое смещение

[...] Пользуясь схемой (рис. 3), определите:

1. угловое (параллактическое) смещение дерева;
2. расстояние до дерева от места наблюдения;
3. высоту дерева, если его угловой размер от основания до верхушки, измеренный из точки наблюдения, равен $10^\circ 30'$.

5. Заключение

Подход к формированию комплектов задач муниципального этапа ВСОШ по астрономии на основе единых сюжетных линеек с дифференциацией по классам позволяет снизить творческую нагрузку на РПМК. Опыт работы нашей комиссии в 2020–2025 годах показывает, что одна астрономическая идея может использоваться в заданиях для участников 7–11-х классов при адаптации сложности, математического аппарата и требуемой глубины обоснований.

Такая технология оказывается эффективной для тем, допускающих естественное наращивание сложности: конфигураций планет, элементов сферической астрономии, методов определения расстояний и т. п. Систематизация подобных линеек может помочь РПМК создавать полноценные и интересные комплекты задач, сохраняя адекватный уровень требований к участникам.

Список литературы

- [1] Белов Ф. А., Козлова И. С. Муниципальный этап ВСОШ по астрономии в Саратовской области: Задания, решения, критерии оценивания. Саратов: Саратовский источник, 2025. 40 с. EDN: LXQHUL.

Астрономическое образование, 2026. Материал предоставлен на условиях лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (с указанием авторства — с сохранением условий). Разрешено свободно делиться (обмениваться) — копировать и распространять материал на любом носителе и в любом формате в любых целях, включая коммерческие; адаптировать (создавать производные материалы) — делать ремиксы, видоизменять и создавать новое, опираясь на этот материал в любых целях, включая коммерческие; при условии обеспечения соответствующего указания авторства, предоставления ссылки на лицензию и обозначения изменений, если таковые были сделаны. Производные материалы должны распространяться на таких же условиях.



Астрономическое
образование

2026, № 2

Астрономические олимпиады

Ключевые слова:

олимпиадные задачи, система
оценивания, методика преподавания
астрономии, качество
учебно-методических материалов

Сокращения:

ВсОШ — Всероссийская
олимпиада школьников,
СПбАО — Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада

*andreyazhakin@yandex.ru

Методические риски использования официальных решений олимпиадных задач по астрономии для самостоятельной подготовки

А. М. Ажакин*, М. И. Измайлова

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Аннотация

Официальные решения олимпиадных задач составляются для членов жюри, а после публикации используются школьниками и педагогами для подготовки к олимпиадам. На примере материалов регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников и Санкт-Петербургской астрономической олимпиады рассмотрены четыре вида методических рисков: неявный выбор модели, терминологическая неоднозначность, несогласованность критериев с допустимыми способами решения и ошибки в опубликованном разборе. Обсуждаются педагогические последствия таких дефектов. Предлагаются меры для повышения качества материалов олимпиад, в том числе после их опубликования.

1. Введение

Официальные материалы олимпиад имеют двойное назначение. Решения олимпиадных заданий и критерии оценивания работ участников составляются прежде всего для членов жюри, должны обеспечивать единообразное оценивание. Однако после публикации те же материалы становятся учебными — образцами рассуждения для следующих «поколений» участников. Особенно велика их роль в случае самостоятельной подготовки к олимпиадам. Ошибка или спорный комментарий становятся прецедентом: читатель может принять их за норму, и эта норма может закрепиться.

Задачи прошлых лет используются и в официальных образовательных ресурсах. Например, курс по практическим задачам по астрономии включает разбор практического тура СПбАО 2025 года [1]. Методическая роль официальных решений обсуждалась и ранее на страницах этого журнала [2, с. 56].

Цель статьи — на конкретных примерах показать риски, возникающие при использовании опубликованных решений и критериев для самостоятельной подготовки. Работа представляет качественный анализ отдельных случаев; частота ошибок не оценивается, как не обсуждаются и оптимальные траектории олимпиадной подготовки.

2. Материалы исследования

Материал исследования составили условия, решения и критерии оценивания задач регионального этапа ВсОШ по астрономии 2026 года для 9–11-х классов [3–10], практического тура XXXII Санкт-Петербургской астрономической олимпиады 2025 года [11]. При анализе также использованы материалы заключительного этапа ВсОШ 2021 года [12] и методическая программа ВсОШ по астрономии [13]. При обсуждении уникальности конфигурации неба в задаче практического тура СПбАО применялся виртуальный планетарий Stellarium.

Поступило в редакцию	09.04.2026
После доработки	27.05.2026
В печать	09.08.2026
Опубликовано	12.08.2026

ISSN 3033-7917
journal.astroedu.ru

3. Методический анализ олимпиадных материалов

В исследовании выделены четыре типа методических рисков:

- *модельный* — неявное навязывание приближения, не следующего из условия, хотя условие допускает несколько разумных предположений;
- *терминологический* — неоднозначность формулировки, допускающей разные естественные прочтения;
- *оценочный* — несогласованность критериев с допустимыми альтернативными решениями;
- *ошибка в разборе* — неверный или недоказанный переход либо комментарий.

3.1. Усыхающий Нептун (РЭ ВсОШ, 2026, № 11.3) [8]

Тип риска: модельный и оценочный.

Известно, что Нептун излучает в единицу времени в 2.5 раза больше энергии, чем получает от Солнца. Оцените, на какую величину изменяется радиус Нептуна за один его оборот вокруг Солнца, если известно, что вид зависимости плотности от радиуса у него при этом не изменяется.

Содержательная идея решения понятна: дополнительное излучение Нептуна связывается с медленным гравитационным сжатием. В авторском решении гравитационная энергия Нептуна записывается в виде

$$\Phi = -\kappa \frac{GM^2}{R}, \quad (1)$$

где κ — коэффициент, зависящий от распределения плотности внутри шара, во всех „естественных“ случаях $\kappa \approx 1$.

Спорным остаётся выбор коэффициента κ . В критериях за выбор $\kappa = 1$ предусмотрено 2 балла, а за значение $\kappa = 3/5$, соответствующее модели однородного шара, — 1 балл. Итоговый ответ принимается с порядковой точностью от 1 до 10 см.

Условие фиксирует форму профиля плотности при сжатии, но самого профиля не задаёт, поэтому определить единственное значение κ невозможно. При выборе модели однородного шара получается $\kappa = 3/5$ — вполне допустимое значение для оценочной задачи. Тем не менее за него снижается оценка.

Из оценки гравитационной энергии Нептуна в работе [14] следует эффективный коэффициент $\kappa_{\text{real}} \approx 0.76$, что подтверждает допустимость выбора $\kappa = 3/5$ (по меньшей мере, по сравнению с $\kappa = 1$).

Логичнее оценивать *понимание* модельного характера коэффициента: полный балл давать за *явно сформулированное* допущение и *разумное значение* κ . Совпадение с авторским выбором само по себе такого понимания не показывает.

Авторский подход противоречит и более ранней практике ВсОШ. В материалах заключительного этапа 2021 года для аналогичного выражения прямо оговаривалось, что коэффициент в разумном интервале от 0.6 до 1 принимается без снижения оценки [12].

3.2. Подобрать окуляр (РЭ ВсОШ, 2026, № 10.4) [5]; Концентратор для Волос (РЭ ВсОШ, 2026, № 11.6) [9]

Тип риска: модельный и терминологический.

10.4. У двойной системы, состоящей из одинаковых звёзд, суммарный блеск равен 13.5^m , а угловое расстояние между компонентами $1.0''$. Проводятся визуальные наблюдения этой системы в телескоп с диаметром $D = 20$ сантиметров и относительным отверстием $1/5$. Определите диапазон увеличений, при которых звезду видно глазом в окуляр телескопа. Разрешающая способность глаза $1'$. Предельная звёздная величина для глаза 6^m . Влиянием атмосферы пренебречь.

Разрешение порядка $1'$ обычно достигается в благоприятных условиях при наблюдении сравнительно ярких объектов. Здесь же двойная система с суммарной звёздной величиной 13.5^m близка к пределу проникновения телескопа. Для слабого освещения в работе [15] приведены характерные значения $10' \div 20'$.

В официальном разборе условие разрешения пары задаёт верхнюю границу увеличения — $\Gamma_0 = 60$, откуда получается диапазон $[32; 60]$. При разрешении $10'$ та же оценка даёт $\Gamma_0 \approx 600$. Верхняя граница увеличения меняется на порядок.

Сопоставим этот подход с применявшимся при решении другой задачи комплекта регионального этапа ВсОШ того же года:

11.6. Шаровое скопление состоит по количеству на 60 % из звёзд массы $0.8M_\odot$ и на 40 % из звёзд массы $1M_\odot$, все звёзды находятся на Главной последовательности. [...] С какого максимального расстояния можно увидеть такое скопление невооруженным глазом, если наблюдается оно в созвездии Волос Вероники?

Согласно авторскому решению скопление можно видеть невооружённым глазом с расстояния порядка $r \approx 4.6 \cdot 10^3$ пк, а его угловой размер при этом (с учётом заданного радиуса в 12 пк) составляет

$$\alpha \approx \frac{2 \times 12 \text{ пк}}{4600 \text{ пк}} \approx 5.2 \cdot 10^{-3} \text{ рад} \approx 18'. \quad (2)$$

В решении используется предельная звёздная величина 6^m , то есть скопление фактически рассматривается как единый источник. При разрешении $1'$ объект диаметром $18'$ был бы протяжённым, а его свет распределялся бы по множеству разрешаемых элементов. Если величина 6^m относится к одному элементу размером $1'$, то простая оценка даёт

$$\begin{aligned} m_{18'} &= m_{1'} - 2.5 \lg \frac{\pi D_{\text{скопл}}^2/4}{\pi D_{\text{разреш}}^2/4} = \\ &= 6^m - 2.5 \lg 18^2 \approx -0.3^m, \end{aligned} \quad (3)$$

а соответствующее предельное расстояние равно

$$r \approx 10^{0.2(-0.3+7.3+5)} \approx 2.5 \cdot 10^2 \text{ пк}, \quad (4)$$

то есть всего около 250 пк вместо 4.6 кпк.

Но и оценка в четверть килопарсека также некорректна. На «новом» расстоянии до скопления его угловой размер выше $18'$, поэтому его свет распределяется по большему числу участков размером $1'$. Если считать поверхностную яркость скопления однородной, блеск каждого такого участка вообще не зависит от расстояния: увеличение сигнала в точности компенсируется увеличением видимой площади. Поэтому в этом приближении определить максимальное расстояние нельзя. Если же учесть заданное сгущение звёзд к центру (приводящее к тому, что поверхностная яркость в центре превышает среднюю) и потребовать, чтобы центральный круг диаметром $1'$ имел звёздную величину 6^m , получится оценка порядка 400 пк.

В задаче 10.4 разрешение в $1'$ используется как жёсткая константа даже для слабого объекта, а решение задачи 11.6 предполагает гораздо более грубое ночное разрешение. Без необходимых пояснений одни и те же характеристики глаза трактуются в «соседних» задачах по-разному.

Наконец, слово «звезда» в задаче 10.4 можно отнести как к двойной системе, так и к отдельной компоненте. Корректнее было бы спросить, при каких увеличениях система в принципе видна, хотя бы и как одно светило.

3.3. Вдали от Солнца (РЭ ВсОШ, 2026, № 10.5) [6]

Тип риска: оценочный, модельный, терминологический, ошибка в разборе.

Вам предоставлен негатив (рис. 1) нарисованного художественного изображения карликовой планеты — Эриды. На каком расстоянии от Эриды находился бы космический аппарат, если бы он мог видеть такую же картину? Радиус Эриды — 1150 км.

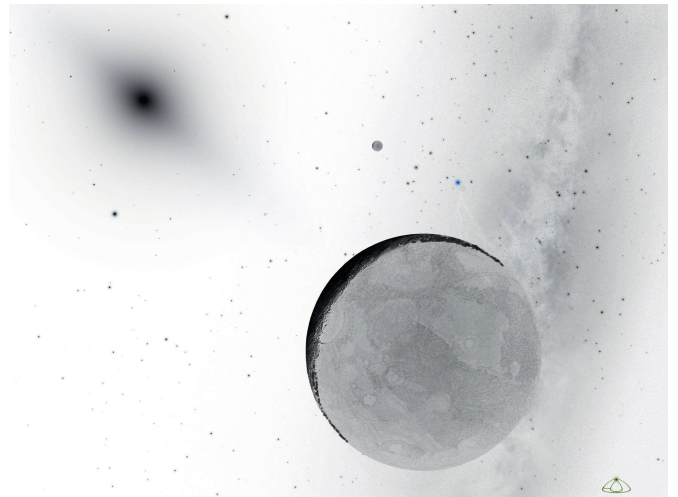


Рис. 1. Изображение к задаче «Вдали от Солнца». NASA/ESA/STScI

Официальное решение восстанавливает фазу Эриды по толщине освещённого серпа, затем находит фазовый угол, угловой радиус и расстояние до карликовой планеты.

В авторском решении линейная фаза определяется как доля освещённого диаметра:

$$\Phi = \frac{l}{D} = \frac{3.5}{54} \approx 0.0652, \quad (5)$$

где l — измеренная на рисунке толщина освещённого серпа, а D — измеренный диаметр изображения Эриды. Затем используется стандартная связь фазы и фазового угла:

$$\Phi = \frac{1 + \cos \varphi}{2}, \quad (6)$$

$$\varphi = \arccos(2\Phi - 1) \approx 150^\circ. \quad (7)$$

После этого угол между Солнцем и центром Эриды на небе принимается равным

$$\lambda = 180^\circ - \varphi \approx 30^\circ. \quad (8)$$

Сравнивая расстояния на рисунке, авторы получают угловой радиус Эриды

$$\rho = \frac{27}{88} \cdot 30^\circ \approx 9^\circ, \quad (9)$$

и затем

$$L = \frac{R}{\sin \rho} \approx \frac{1150}{\sin 9^\circ} \approx 7300 \text{ км.} \quad (10)$$

Метод чувствителен к погрешности измерения малой толщины серпа. Заметная неопределённость определения толщины $l = 3.5 \pm 0.5$ мм (при распечатке в оригинальном масштабе) даёт относительную погрешность определения фазы

$$\frac{\Delta \Phi}{\Phi} \approx \frac{0.5}{3.5} \approx 14\% \quad (11)$$

и приводит к погрешности расстояния порядка 7 %.

Альтернативный подход. Критерии оценивания обсуждают определение масштаба по звёздной карте:

Отдельно стоит проговорить варианты решения данной задачи через нахождение каких-либо угловых расстояний по звёздной карте. Такие решения противоречат условию задачи, в котором указано, что задача на изображение карликовой планеты. Тем не менее, возможны интересные случаи, которые мы и рассмотрим.

Для пар Антарес — Арктур и Антарес — Спика в материалах приведены угловые расстояния 56° и 45° соответственно, которым на рисунке соответствуют 81 и 66 мм (также в оригинальном масштабе). Описанный способ даёт итоговый ответ в 3.6 тыс. км и оценивается максимум в 14 баллов из 20 возможных.

Звёздный фон входит в предоставленное изображение, а запрета использовать его масштаб в условии нет. Поэтому такое решение соответствует условию. Более того, этот способ устойчивее и к ошибкам измерения. Для отрезков длиной 81 и 66 мм погрешность 0.5 мм составляет соответственно 0.6 % и 0.8 %; для серпа — 14%. Разница особенно существенна при некачественной печати.

Недостаток модели. Используемая без дополнительных пояснений связь между фазой и фазовым углом

$$\Phi = \frac{1 + \cos \varphi}{2} \quad (12)$$

справедлива лишь для удалённого наблюдателя, в случае $R/L \ll 1$. В авторском ответе $R/L \approx 0.16$, поэтому используемая требует проверки.

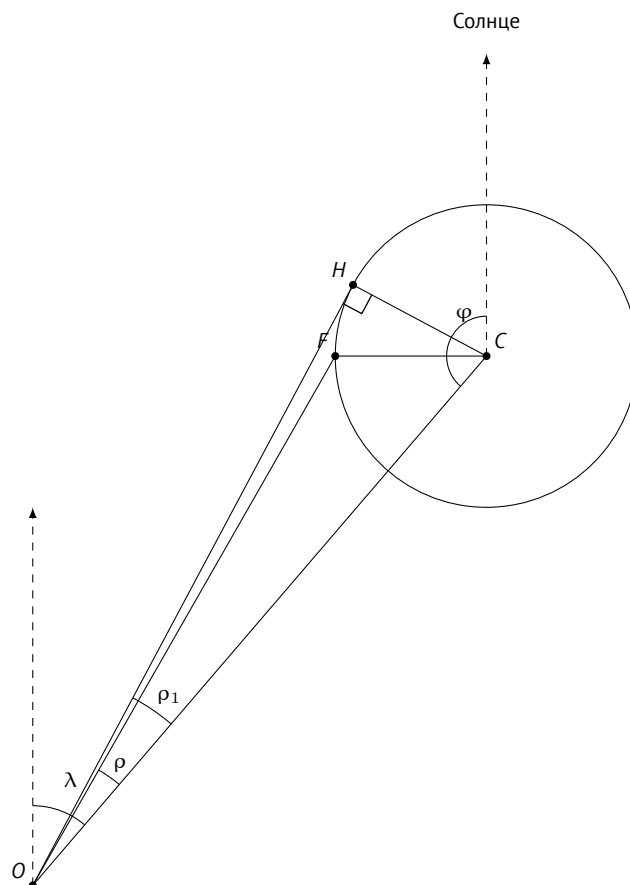


Рис. 2. Геометрическая схема задачи

Геометрическая схема задачи приведена на рис. 2. Пусть O — точка наблюдения, C — центр Эриды, R — радиус Эриды, $r = OC$ — расстояние от наблюдателя до центра Эриды, ρ — видимый угловой радиус Эриды, а λ — угловое расстояние между направлением на Солнце и направлением на центр Эриды на изображении. Точка F обозначает границу освещённой части диска в направлении на Солнце, а H — соответствующую точку края видимого диска, используемую в геометрическом построении. По измерениям из авторского решения задачи отношение углов составляет примерно

$$\lambda \approx \frac{10}{3} \rho. \quad (13)$$

Обозначим через ρ_1 угловое расстояние от центра видимого диска до границы освещённой части в направлении на Солнце. Тогда линейная фаза на изображении выражается как

$$\Phi = \frac{\rho - \rho_1}{2\rho}, \quad \rho_1 = \rho(1 - 2\Phi). \quad (14)$$

Из геометрии треугольника, образованного наблюдателем, центром Эриды и соответствующей точкой края

диска, получается соотношение

$$\frac{R}{r} = \sin \rho = \frac{\sin(\rho(1 - 2\Phi))}{\cos\left(\rho\left(\frac{7}{3} + 2\Phi\right)\right)}. \quad (15)$$

Численное решение этого уравнения при $l \in \{3.0; 3.5; 4.0\}$ мм даёт соответственно

$$\rho \approx \begin{cases} 11.09^\circ, & r \approx 5\,970 \text{ км}, \\ 11.92^\circ, & r \approx 5\,570 \text{ км}, \\ 12.65^\circ, & r \approx 5\,250 \text{ км}. \end{cases} \quad (16)$$

Итак, при толщине серпа 3–4 мм расстояние составляет 5.3–6.0 тыс. км вместо 7.3 тыс. км. Расхождение существенное.

Требуется уточнения и искомое расстояние. Из соотношения

$$L = \frac{R}{\sin \rho} \quad (17)$$

авторы задачи находят расстояние до центра Эриды, тогда как условие требует найти «расстояние от Эриды». При нескольких радиусах разница между расстоянием до центра и до поверхности существенна.

В других задачах ВсОШ это различие формулируется явно: «высота над поверхностью планеты», «высота спутника над поверхностью Земли» или «расстояние аппарата от центра Марса» [16–18]. Такая точность нужна и здесь.

3.4. Лазер вдогонку (РЭ ВсОШ, 2026, № 9.8) [3]

Тип риска: ошибка в разборе.

Предположим, что на полюсе Земли установлен лазерный локатор, для наведения которого соосно с направлением луча установлен телескоп. При проведении локации спутника с высотой круговой полярной орбиты 400 км лазер наводится точно на видимое в телескоп положение спутника. Определите минимальный диаметр лазерного луча на расстоянии спутника, при котором можно получить отраженный сигнал при измерении в зените и вблизи горизонта.

В официальном решении для наблюдения вблизи горизонта получены расстояние до спутника $L_2 \approx 2\,300$ км, поперечная скорость $u \approx 2.6$ км/с и минимальный диаметр пучка порядка 80 м. В отдельном замечании к решению дополнительно указано:

За это время Земля поворачивается на угол $1.12 \cdot 10^{-6}$ рад $\approx 0.23''$, что соответствует

длине дуги 2.6 м на расстоянии спутника. Это смещение в 20 раз меньше l_2 и не оказывает существенного влияния на ответ.

Основной расчёт диаметра пучка от этого замечания не зависит. Ошибка содержится в комментарии о вращении Земли. В инерциальной геоцентрической системе наблюдатель на полюсе находится на оси вращения, поэтому его линейная скорость вследствие суточного вращения равна нулю. В системе отсчёта, связанной с Землёй, движение спутника и луча необходимо описывать последовательно. Кажущаяся поперечная скорость спутника порядка ΩL_2 за один проход сигнала даёт

$$\Delta_{\text{sat}}^{(1)} \sim \Omega L_2 \frac{L_2}{c} = \frac{\Omega L_2^2}{c}, \quad (18)$$

где c — скорость света. Для пути туда и обратно смещение составляет

$$\Delta_{\text{sat}}^{(2)} \sim 2 \frac{\Omega L_2^2}{c} \approx 2.6 \text{ м}. \quad (19)$$

Однако в этой системе луч отклоняется на величину того же порядка,

$$\Delta_{\text{ray}}^{(2)} \sim 2 \frac{\Omega L_2^2}{c}. \quad (20)$$

Кажущееся смещение спутника и отклонение луча — два следствия перехода к неинерциальной системе; учитывать одно из них в отрыве от другого нельзя. Численно поправка мала по сравнению с 80 м, но способ её учёта в авторском замечании неверен.

3.5. Практический тур СПБАО 2025 года, 9 класс [11]

Тип риска: ошибка в разборе.

Определите возможные географические координаты места, где была сделана фотография (рис. 3), а также возможные даты и примерное местное время съёмки.

В авторском решении после нахождения широты и звёздного времени выбираются два календарных интервала: окрестность осеннего равноденствия и окрестность зимнего солнцестояния. Далее по наличию снега предпочтение отдаётся декабрьской интерпретации, а в конце разбора дополнительно сообщается фактическая дата и место съёмки:

Эта фотография снята 21 декабря 2023 года в точке с координатами 65° северной широты, 21° восточной долготы (северная часть Швеции).



Рис. 3. Изображение к задаче СПбАО. Фото: Magnus Winbjork

До определения звёздного времени разбор последователен: по фотографии оцениваются широта, положение Луны и звёздное время S . Конфигурации при $S \approx 18^h$ соответствует множество дат. Переход к двум календарным интервалам не даёт единственного ответа. Фактическая дата в конце решения сообщается как известный факт; из условия она не выводится. Проверка в Stellarium даёт и другие сходные конфигурации (рис. 4 и 5), например 22.09.2012 и 05.11.2046 (начало ноября!).

Разбор включён и в онлайн-курс на портале «Астрономическое образование» [1]. В видеоверсии после корректной начальной части следует монтажная склейка, а затем предъявляется готовый авторский ответ. Требуемый логический переход остаётся за кадром.

3.6. Сверхновая задача (РЭ ВСОШ, 2026, № 11.10) [10]

Тип риска: модельный и оценочный.

В условии задачи дана формула для меры дисперсии остатка сверхновой. Указано:

...считать, что остаток сверхновой полностью ионизован и находится на стадии свободного расширения.

В пункте С задачи требуется определить скорость расширения оболочки при «энергии взрыва» $E_0 = 2 \cdot 10^{44}$ Дж. В официальном решении эта величина фактически отождествляется с кинетической энергией оболочки:

Энергия взрыва E_0 идет на разгон оболочки массы M до скорости v : $E_0 = Mv^2/2$.

Критерии оценивания требуют «явное утверждение о том, что энергия E_0 является кинетической энергией оболочки, или неявное использование этого утверждения».

Однако «энергия взрыва» и «кинетическая энергия оболочки» — разные величины: энергия распределяется между несколькими каналами. Свободное расширение задано условием; остаётся спорным отождествление энергий.

Альтернативный подход. Допустим другой ход решения. Из заданной нормировочной формулы определяется масса выброса, а для полностью ионизованного остатка

$$DM = \frac{N_e}{4\pi R^2}, \quad (21)$$

где N_e — число свободных электронов в оболочке, а R — её радиус. Если m_p — масса протона, а $\mu_e m_p$ — средняя масса вещества, приходящаяся на один свободный электрон, то

$$N_e = \frac{M}{\mu_e m_p}, \quad (22)$$

$$DM = \frac{M}{4\pi R^2 \mu_e m_p}. \quad (23)$$

Отсюда

$$R = \sqrt{\frac{M}{4\pi \mu_e m_p DM}}. \quad (24)$$

При свободном расширении $R = vt$, следовательно,

$$v = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{M}{4\pi \mu_e m_p DM}}. \quad (25)$$

При $\mu_e = 1.2$ получаем

$$v \approx 3.0 \cdot 10^3 \text{ км/с}. \quad (26)$$

Здесь $v \propto \mu_e^{-1/2}$, поэтому разумный выбор μ_e слабо влияет на результат:

$$\begin{aligned} v(\mu_e = 1.0) &\approx 3.3 \cdot 10^3 \text{ км/с}, \\ v(\mu_e = 1.2) &\approx 3.0 \cdot 10^3 \text{ км/с}, \\ v(\mu_e = 1.5) &\approx 2.7 \cdot 10^3 \text{ км/с}. \end{aligned} \quad (27)$$

Этот способ даёт скорость, близкую к авторскому значению, и обходится без дополнительного отождествления полной энергии взрыва с кинетической энергией оболочки. В условии стоило определить E_0 как кинетическую энергию выброса либо предусмотреть в критериях альтернативный вывод через меру дисперсии.



3.7. Половина эклиптики (РЭ ВСОШ, 2026, № 10.9) [7]**Тип риска:** оценочный.

Астрономы проводили наблюдения за звездой, находящейся на эклиптике. В моменты кульминации звезды была измерена её лучевая скорость. [...] Во время обоих сеансов наблюдений экваториальные координаты звезды были одинаковыми. Считая орбиту Земли круговой, определите эклиптические координаты звезды и полную гелиоцентрическую скорость звезды.

В основном варианте официального решения изменение лучевой скорости объясняется движением Земли по круговой орбите. Из двух измерений получаются гелиоцентрическая лучевая скорость $V_r = -15$ км/с, проекция скорости Земли на луч зрения -20 км/с, эклиптическая широта $b = 0^\circ$, долготы $l = 222.3^\circ$ или 317.7° , а затем из компенсации собственного движения и параллакса выводится полная скорость $V = 19.7$ км/с.

Затем авторы отдельно рассматривают более полный вариант, «в котором участник учитывал все возможные эффекты — аберрацию, прецессию, собственное движение и параллакс». Критерии для этого варианта применяются только при явном учёте прецессии и аберрации. Далее отдельно оценивается запись дополнительных эффектов и получение минимальной полной скорости:

К4. Оценка величины полной гелиоцентрической скорости.

Верная запись для всех эффектов (ξ , γ и π), которые меняют координаты — 3×1 .

Выражение связи всех эффектов — 1.

Определение значения минимальной полной скорости — 2.

Здесь используются обозначения авторского решения: ξ — прецессионное смещение, γ — абберационное смещение, π — параллактическое смещение.

Схема оценивания получается немоной: за уточнение модели участник может получить меньше баллов, чем за грубое приближение. Корректный частичный учёт дополнительных эффектов не должен снижать баллы, уже полученные за базовое решение. Если прецессия и аберрация принципиальны, их следует включить в требования к основному варианту.

3.8. Радуга (РЭ ВСОШ, 2026, № 10.1) [4]**Тип риска:** терминологический.

Наблюдатель на поверхности Земли 1 октября видит радугу, пересекающую горизонт в точках с азимутами 51° и 129° . Определите широту наблюдателя и среднее солнечное время в момент наблюдения.

Радуга пересекает горизонт в двух точках. Среднее направление соответствует азимуту 90° . В авторском решении это направление названо западным:

Значение азимута в 90 градусов говорит нам про направление на запад, значит, Солнце находится на первом вертикале над или под точкой востока.

Астрономическая система горизонтальных координат входит в методическую программу ВСОШ [13]. Однако в школьном курсе географии принята другая конвенция, поэтому термин «азимут» без дополнительных пояснений может быть понят двояко. Прилагательное «астрономический» устранило бы эту неоднозначность.

4. Обсуждение результатов

Рассмотренные примеры неоднородны. В одних случаях авторы задачи фиксируют модель, которая прямо не задана условием; в других решение содержит ошибочный комментарий или недоказанный переход. Встречаются также терминологическая неоднозначность и несогласованность моделей и допущений внутри одного комплекта.

Общим остаётся педагогический вывод: официальный текст порой закрепляет сомнительный способ рассуждения.

Проведённый разбор подтверждает необходимость более тщательного рецензирования и редактуры олимпиадных материалов. При этом предварительная проверка полностью ошибок и неточностей не исключает. Для опубликованных материалов необходим прозрачный порядок исправлений с версионированием.

Участнику полезно *проверять* авторское решение задачи и не доверять ему слепо: сопоставлять модели, оценивать чувствительность результата и отделять физическое допущение от редакционного выбора. Эту работу лучше проводить вместе с опытным педагогом.

Список литературы

- [1] *Игнатьев В. Б.* Занятие 10. Задача 2 : Практические задачи в астрономии и астрофизике. Часть 1. Изображения в астрономии. ВК Видео. URL: https://vkvideo.ru/video-189976777_456239191 ; Онлайн-курс размещён на портале «Астрономическое образование».
- [2] Практические задачи по астрономии как форма учебного исследования : I. Концептуальная рамка / И. А. Утешев [и др.] // Астрономическое образование. 2026. Т. 1, № 1. С. 53–64.
- [3] *Васильев К. И.* 9 класс, задача № 8 // Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Региональный этап. 2026. URL: <https://vos.astroedu.ru>.
- [4] *Игнатьев В. Б.* 10 класс, задача № 1 // Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Региональный этап. 2026. URL: <https://vos.astroedu.ru>.
- [5] *Игнатьев В. Б.* 10 класс, задача № 4 // Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Региональный этап. 2026. URL: <https://vos.astroedu.ru>.
- [6] *Игнатьев В. Б.* 10 класс, задача № 5 // Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Региональный этап. 2026. URL: <https://vos.astroedu.ru>.
- [7] *Игнатьев В. Б.* 10 класс, задача № 9 // Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Региональный этап. 2026. URL: <https://vos.astroedu.ru>.
- [8] *Тараканов П. А.* 11 класс, задача № 3 // Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Региональный этап. 2026. URL: <https://vos.astroedu.ru>.
- [9] *Веселова А. В.* 11 класс, задача № 6 // Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Региональный этап. 2026. URL: <https://vos.astroedu.ru>.
- [10] *Костина М. В.* 11 класс, задача № 10 // Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Региональный этап. 2026. URL: <https://vos.astroedu.ru>.
- [11] *Тараканов П. А.* Практический тур, 9 класс // Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада. 2025. URL: <https://school.astro.spbu.ru>.
- [12] *Угольников О. С.* Базовый тур. 11 класс, задача № 3 // Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Заключительный этап. 2021. URL: <https://vos.astroedu.ru>.
- [13] Методическая программа Всероссийской олимпиады школьников по астрономии / Центральная предметно-методическая комиссия ВСОШ по астрономии. 2019. URL: <https://vos.astroedu.ru/syllabus>.
- [14] *Burša M., Hovorková O.* Gravitational Potential Energy of the Major Planets // Earth, Moon, and Planets. 1994. Т. 65, № 2. С. 119–128. ISSN 0167-9295. DOI: 10.1007/BF00644895.
- [15] Individual Differences in Scotopic Visual Acuity and Contrast Sensitivity : Genetic and Non-Genetic Influences / A. J. Bartholomew [и др.] // PLOS ONE. 2016. 17 февр. Т. 11, № 2. DOI: 10.1371/journal.pone.0148192.
- [16] *Акинъщиков А. Н.* 9 класс, задача № 3 // Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Региональный этап. 2018. URL: <https://vos.astroedu.ru>.
- [17] *Угольников О. С.* Базовый тур. 9/10 класс, задача № 1 // Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Заключительный этап. 2022. URL: <https://vos.astroedu.ru>.
- [18] *Угольников О. С.* Практический тур. 9 класс, задача № 1 // Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Заключительный этап. 2017. URL: <https://vos.astroedu.ru>.

Комментарий редакции. Мнение редакции относительно степени «тяжести» тех или иных недостатков авторских решений, обсуждаемых в данной статье, может не совпадать с мнением авторов.

Убеждены, что честное обсуждение недочётов будет способствовать повышению качества и авторитета интеллектуальных соревнований. Приглашаем разработчиков олимпиадных заданий к диалогу.

Астрономическое образование, 2026. Материал предоставлен на условиях лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (С указанием авторства — С сохранением условий). Разрешено свободно делиться (обмениваться) — копировать и распространять материал на любом носителе и в любом формате в любых целях, включая коммерческие; адаптировать (создавать производные материалы) — делать ремиксы, видоизменять и создавать новое, опираясь на этот материал в любых целях, включая коммерческие; при условии обеспечения соответствующего указания авторства, предоставления ссылки на лицензию и обозначения изменений, если таковые были сделаны. Производные материалы должны распространяться на таких же условиях.

Об опыте создания компьютеризированной системы наведения телескопа



Астрономическое
образование

2026, № 2

Д. В. Морозов^{*1}, К. К. Севастьянов², Е. Е. Городов³

¹Сергиево-Посадский физико-математический лицей

²Московский физико-технический институт

³Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

Аннотация

В статье описан опыт создания компьютеризированной системы наведения телескопа усилиями членов астрономического кружка Сергиево-Посадского физико-математического лицея. Система разработана для телескопа-рефлектора на экваториальной монтировке. Показано, что возможно создание относительно дешёвой системы, обладающей всем необходимым для проведения учебных астрономических наблюдений функционалом.

Образование и технологии

Ключевые слова:

астрономические наблюдения, автоматизация телескопа, экваториальная монтировка, астрофотография, школьный астрономический кружок

Сокращения:

ГНСС (GNSS) — глобальная навигационная спутниковая система;
OLED — органический светодиод;
PETG — полиэтилентерефталат-гликоль

*morozkodv@mail.ru

1. Введение

В Сергиево-Посадском физико-математическом лицее уже несколько лет действует астрономический кружок. Занятия проводят преподаватели и выпускники лицея; формат занятий варьируется от лекций до выездных наблюдений. Участники учатся работать с астрономическим оборудованием, самостоятельно наблюдать Луну, планеты, звёзды и объекты глубокого космоса. Наблюдения проводятся на территории лицея и на площадках Сергиево-Посадского городского округа с небольшим световым загрязнением, расположенных вдали от крупных населённых пунктов, в т. ч. в одной из самых высоких точек района. Среди учащихся всё большую популярность приобретают астрофотография и соларография.

На выездных занятиях используется телескоп-рефлектор Ньютона Celestron Omni XLT 150 на экваториальной монтировке EQ3. Компьютеризированные системы наведения, которые получили широкое распространение в среде астрономов-любителей, позволяют быстро находить объекты на небе (например, из каталогов Мессье и NGC/IC) и сопровождать их, компенсируя суточное вращение Земли. Такое сопровождение необходимо, в частности, при астрофотографии с длительными выдержками [1].

После нескольких выездных занятий члены кружка поставили задачу самостоятельно создать удобную систему автоматического наведения телескопа. Целью проекта стало создание системы с лучшим по сравнению с коммерческими аналогами соотношением «цена — качество», но с функциями наиболее продвинутых систем.

Проект выполнили двое учащихся 10-го и 11-го классов лицея под руководством выпускника, студента МФТИ. Рабочий прототип был создан в 2022–2023 годах. Тестирование системы проводилось на нескольких выездных занятиях в мае–августе 2023 года; система успешно функционирует на наблюдательных занятиях в настоящее время.

Компьютеризированная система наведения получила название KiVASTRO. Поскольку её разрабатывали для имевшегося телескопа, она предназначена для экваториальной монтировки. К настоящему моменту уже практически завершена адаптация системы и к альт-азимутальной монтировке.

Поступило в редакцию	23.05.2026
После доработки	15.06.2026
В печать	07.08.2026
Опубликовано	12.08.2026

ISSN 3033-7917
journal.astroedu.ru

2. Требования к системе и сравнение с аналогами

С точки зрения пользователя система должна удовлетворять следующим требованиям:

- управление с пульта (контроллера), а также с компьютера или телефона по кабелю, Wi-Fi или Bluetooth;
- интерфейс, интуитивно понятный астроному-любителю;
- наведение по координатам и автоматическое сопровождение объекта.

В таблице 1 представлены основные характеристики системы KiVASTRO в сравнении с четырьмя известными аналогами. Системы Celestron NexStar и Sky-Watcher SynScan GOTO — профессиональные, остальные системы — любительские.

3. Устройство системы

Система автоматического наведения включает три части:

- *программную* — прошивка контроллера, база данных небесных тел с координатами и краткими сведениями об объектах;
- *электронную* — контроллер привода и пульт ручного управления;
- *электромеханическую* — моторы с креплениями и редуктором, обеспечивающие поворот телескопа.

Электронная часть (рис. 1) состоит из микроконтроллера ESP32 с поддержкой Wi-Fi и Bluetooth, драйверов двигателей, блока питания и приёмника GNSS. Приёмник служит для определения времени, а в версии для альт-азимутальной монтировки — также координат. Эти компоненты размещены в корпусе контроллера привода.

Пульт управления содержит контроллер клавиатуры, клавиатуру с подсветкой и экран. Принципиальная электрическая схема приведена на рис. 2. Программное обеспечение разработано на языке C++; сведения о разработке устройств на основе ESP32 приведены, например, в [2].

3.1. Подготовка к наблюдениям и алгоритм наведения

Перед началом наблюдений при помощи искателя полюса ось монтировки направляют на полюс мира. Затем телескоп вручную, кнопками со стрелками на пульте, наводят на выбранную опорную звезду из каталога. Так система координат привода монтировки привязывается к экваториальной системе координат, после чего телескоп может автоматически наводиться на объекты каталога.

Координаты небесных объектов берутся из доступных баз данных. Углы поворота телескопа по прямому восхождению и склонению рассчитываются с применением формул сферической тригонометрии для параллактического треугольника. Для вычисления часового угла определяется звёздное время [3]. Точное время поступает от приёмника GNSS; его также можно установить с телефона по Wi-Fi или Bluetooth либо вручную с пульта.

3.2. Механическая часть и изготовление

Труба телескопа поворачивается шаговыми двигателями типоразмера NEMA 17 посредством зубчатременной передачи (рис. 3); принцип работы шаговых двигателей описан в [4].

При разработке поворотного механизма основную трудность представляло создание креплений для моторов, осуществляющих повороты. Такие крепления должны надёжно фиксировать двигатели на корпусе монтировки, поддерживать натяжение зубчатого ремня и быстро устанавливаться на монтировку. Нами использовались зубчатые шкивы GT2-6 с 16 и 40 зубьями и посадочными отверстиями диаметром 5 и 6.35 мм соответственно, а также зубчатый ремень GT2-6 стандартной длины.

Передаточное число редуктора монтировки по склонению составляет 1 : 67, по прямому восхождению — 1 : 132. Мотор совершает один оборот за 400 полных шагов, драйвер дополнительно делит каждый шаг на 16 микрошагов. Программную дискретность наведения можно оценить в 1".

Крепления и корпуса изготовлены на 3D-принтере. Кнопки напечатаны двумя цветами пластика, то есть надписи выполнены не краской, а «пропечатаны». Печать одного комплекта деталей занимает от 15 до 22 часов; расходуется около 500 г PETG-пластика.

Прототип системы управления собирали на макетной плате, а окончательный монтаж компонентов выполнили на печатной плате собственной трассировки (рис. 4).

Внешний вид системы показан на рис. 5, а крепления в рабочем состоянии — на рис. 6. Видеодемонстрация работы одной из ранних модификаций системы доступна на размещена в [5].

Размеры монтировок различаются, поэтому для каждой модели требуется своё крепление. Наиболее часто в практике кружка используются экваториальные монтировки EQ3 и EQ5.

Таблица 1. Сравнительный анализ систем наведения телескопа и разработанной учащимися системы KiVASTRO

Характеристика	KiVASTRO	EQDrive	OnStep	Celestron NexStar	Sky-Watcher SynScan GOTO
Поддерживаемые монтировки	Экват.	Экват. и азимут.	Экват. и азимут.	Азимут.	Экват. и азимут.
Управление с телефона	Есть	Есть	Есть	Есть	Есть
Тип управления	Пульт, приложение	Пульт	Пульт, приложение	Пульт, приложение	Пульт, приложение
Число объектов в базе данных	25 000	—	25 000	38 000	43 500
Автоматическое сопровождение	Есть	Есть	Есть	Есть	Есть
Вывод информации	Экран, приложение	Приложение	Экран, приложение	Экран, приложение	Экран, приложение
Примерная стоимость, руб. (2023)	6 000	30 000	15 000	68 000	75 000

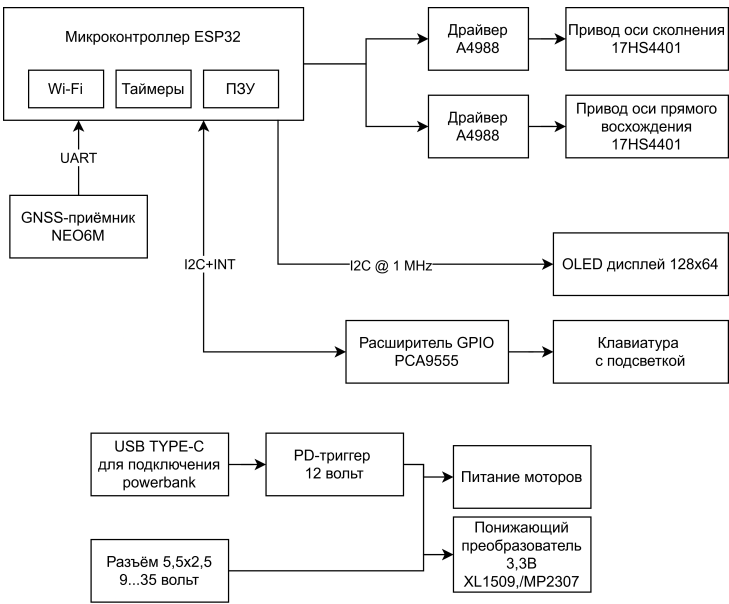


Рис. 1. Структурная схема компьютеризированной системы наведения телескопа KiVASTRO

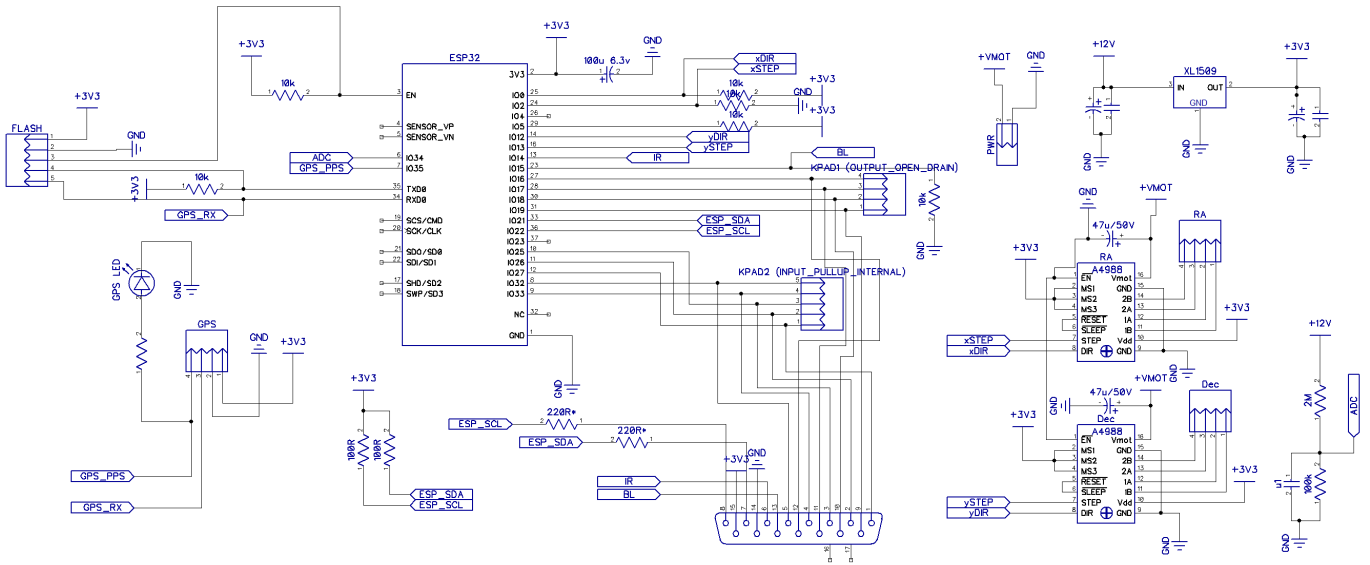


Рис. 2. Принципиальная электрическая схема системы наведения телескопа KiVASTRO

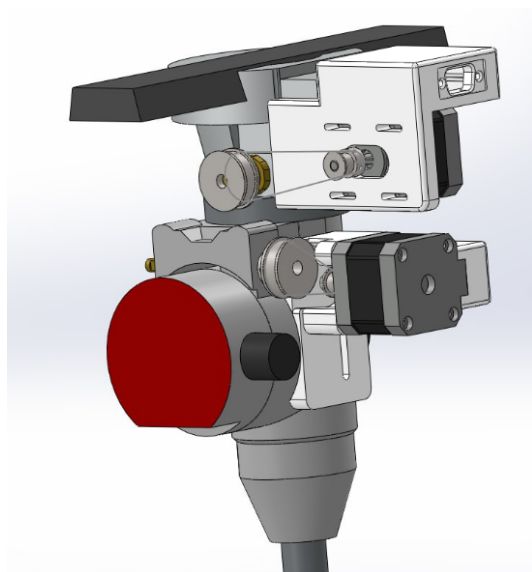


Рис. 3. Поворотный механизм с шаговым двигателем и зубчато-ременной передачей

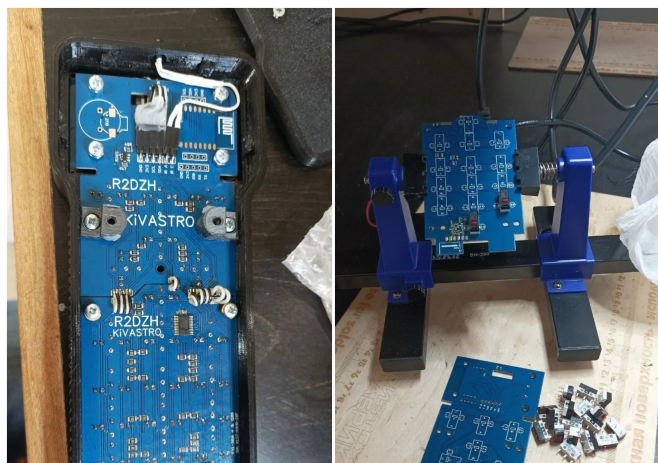


Рис. 4. Макетная и печатная платы пульта управления

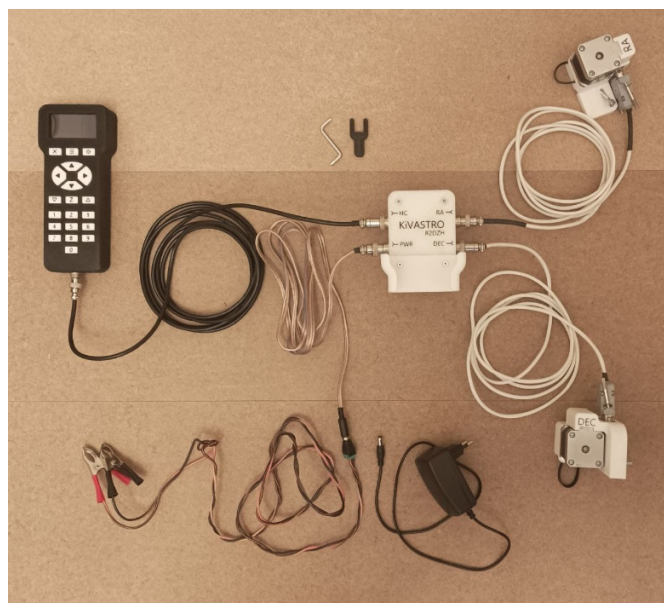


Рис. 5. Комплект компьютеризированной системы наведения

4. Стоимость и испытания

Общая стоимость компонентов KIVASTRO в ценах 2023 года составляла около 6000 рублей. Более половины этой суммы приходилось на OLED-дисплей с диагональю 2.42 дюйма, два шаговых двигателя 17HS4401 и PETG-пластик. Если отказаться от пульта и управлять системой со смартфона, стоимость и размеры системы уменьшаются. В оценку не включены трудозатраты на разработку и изготовление.

При испытаниях (рис. 7) система корректно выполняла команды. На рис. 8 показаны астрофотографии, выполненные при помощи телескопа Celestron Omni XLT 150 и фотоаппарата Nikon D5100. Точности ведения хватает на 30-секундную выдержку.

5. Заключение

Опыт проекта показывает, что учащиеся астрономического кружка под руководством более опытного наставника могут разработать и изготовить работоспособную компьютеризированную систему наведения телескопа. Разработанная система используется на учебных наблюдениях, поддерживает наведение по каталогу и сопровождение объектов и может управляться с пульта или смартфона. При относительной дешевизне система может обладать широким функционалом и надёжно работать в течение длительного периода времени.

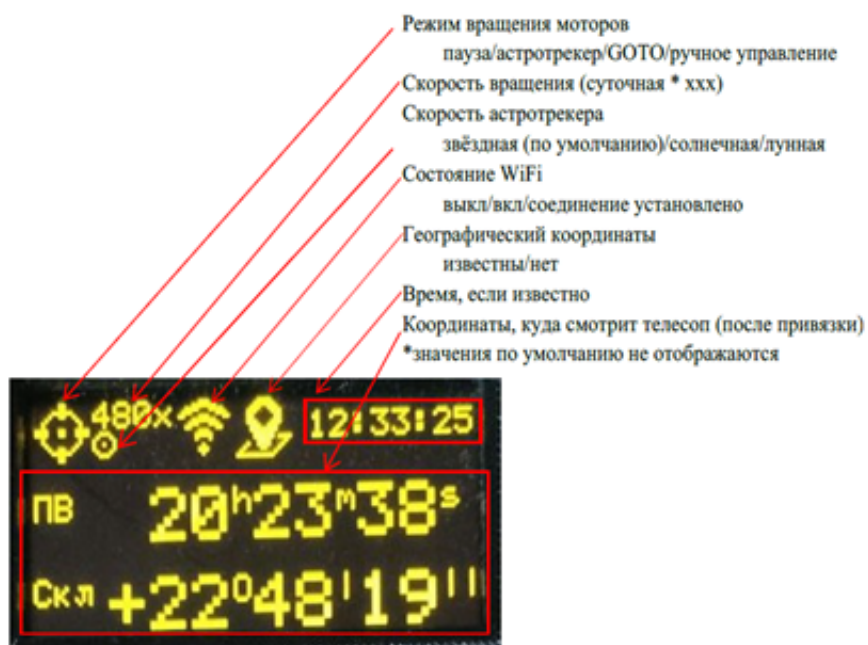
Список литературы

- [1] Небо и телескоп / под ред. В. Г. Сурдина. Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. 424 с. ISBN 978-5-9221-0844-7.
- [2] Cameron N. Электронные проекты на основе ESP8266 и ESP32 : Создание приложений и устройств с поддержкой Wi-Fi / пер. Ю. В. Ревич. Москва : ДМК Пресс, 2022. 456 с. ISBN 978-5-93700-141-2.
- [3] Montenbruck O., Pfleger T. Астрономия на персональном компьютере / пер. А. Сергеева, А. Телова. 4-е изд. Санкт-Петербург : Питер, 2002. 320 с. (Библиотека программиста). ISBN 5-318-00223-4.
- [4] Acarnley P. Stepping Motors : A Guide to Theory and Practice. 4-е изд. London : Institution of Electrical Engineers, 2002. 159 с. (IEE Control Engineering Series ; 63). ISBN 978-0-85296-417-0.
- [5] Демонстрация работы системы наведения телескопа KIVASTRO / Яндекс Диск. URL: <https://disk.yandex.ru/i/ILFVTjmm30BSig>.

Астрономическое образование, 2026. Материал предоставлен на условиях лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 (С указанием авторства — С сохранением условий). Разрешено свободно делиться (обмениваться) — копировать и распространять материал на любом носителе и в любом формате в любых целях, включая коммерческие; адаптировать (создавать производные материалы) — делать ремиксы, видеоизменять и создавать новое, опираясь на этот материал в любых целях, включая коммерческие; при условии обеспечения соответствующего указания авторства, предоставления ссылки на лицензию и обозначения изменений, если таковые были сделаны. Производные материалы должны распространяться на таких же условиях.



Рис. 6. Крепления приводов: слева — по склонению, справа — по прямому восхождению



а)



б)

Рис. 7. Испытания KivASTRO: а) экран пульта с параметрами наведения; б) проверка системы во время ночных наблюдений

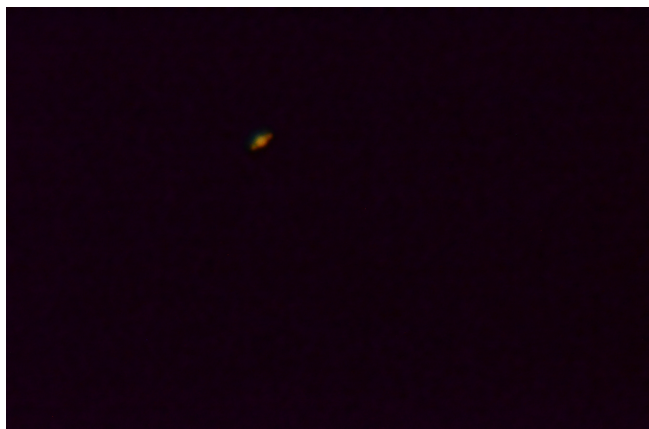


Рис. 8. Примеры астрофотографий, выполненных с сопровождением объектов системой KivASTRO